

1. Zistite, ktoré z uvedených zápisov určujú zobrazenia:

- a) $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \varphi(n) = n + 1$
- b) $\varphi : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, \varphi(n) = 3n - 1$
- c) $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}, \varphi(n) = \frac{n+2}{n-3}$
- d) $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \varphi(x) = \sqrt{2}$
- e) $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x^2 + y^2 = 1\}$
- f) $f = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2; a = 3b\}$
- g) $f = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2; 3a = b\}$

2. Zistite, či sú nasledovné zobrazenia injektívne, surjektívne alebo bijektívne.

- a) $\varphi : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, \varphi(n) = 3n + 5$
- b) $\varphi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}_0, \varphi(n) = |n + 1|$
- c) $\varphi : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, \varphi(n) = \begin{cases} 0, & \text{ak } n \text{ je párne} \\ \frac{n-1}{2}, & \text{ak } n \text{ je nepárne} \end{cases}$
- d) $f : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0, f(a, b) = a^2 + b$
- e) $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}, f(n) = (2n + 3, n^2 + 7)$
- f) $f : \mathbb{Q}^2 \rightarrow \mathbb{Q}^2, f(a, b) = (3b + 5, 2a - 3)$
- g) $* f : \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}, f(A) = \sum_{x \in A} x$

3. Nájdite zobrazenia $g \circ f$ a $f \circ g$, ak sa to dá.

- a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x; \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$
- b) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = x - 3; \quad g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, g(x) = x^2$
- c) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = 2x + 4; \quad g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = 3x + 1$
- d) $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, f(x) = 8x + 7; \quad g : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, g(x) = x \bmod 4$
- e) $f : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}, a \mapsto 1, b \mapsto 2, c \mapsto 5, d \mapsto 4;$
 $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{0, 1, 2\}, g(x) = |3 - x|$
- f) $* f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x + 5, & x \leq \frac{3}{2} \\ 3x - 2, & x > \frac{3}{2} \end{cases}; \quad g = f$

4. Nájdite bijekciu medzi týmito dvojicami množín:

- a) $\mathbb{N}$ a $2\mathbb{N}$ (prirodzené čísla a párne prirodzené čísla)
- b) $\mathbb{N}$ a $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$
- c) V triede je n žiakov, medzi nimi aj Adela. Uvažované 2 množiny sú:
 - množina všetkých takých zoradení týchto žiakov, že Adela je prvá; a
 - množina všetkých takých zoradení týchto žiakov, že Adela je posledná. Vedeli by ste nájsť aj viac ako jednu bijekciu?
- d) Množina všetkých n -prvkových postupností symbolov 0 a 1; a množina všetkých $(n + 1)$ -prvkových postupností symbolov 0 a 1, ktoré obsahujú párny počet jednotiek
- e) Množina všetkých n -prvkových postupností symbolov 0 a 1; a množina všetkých podmnožín n -prvkovej množiny

- f) Množina všetkých $(2n + 1)$ -prvkových postupností symbolov 0 a 1, ktoré obsahujú nepárny počet jednotiek; a
množina všetkých $(2n + 1)$ -prvkových postupností symbolov 0 a 1, ktoré obsahujú párny počet jednotiek