

1. Koľko je nezáporných celočíselných riešení rovnice

a) $x_1 + x_2 + x_3 = 5$

b) $x_1 + x_2 + \dots + x_{31} = 10$

c) $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$

2. Koľko je nezáporných celočíselných riešení rovnice

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{11} = 42$$

takých, že $x_1 \geq 2$ a $x_{11} > 5$?

3. Koľko je nezáporných celočíselných riešení rovnice

$$x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 16$$

takých, že $x_1 \leq 4$, $x_2 > 3$ a $x_3 \leq 3$?

4. Koľko je celočíselných riešení rovnice

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{17} = 5$$

takých, že $x_i \geq -1$ pre všetky $i \in \{1, 2, \dots, 17\}$?

5. Koľko je rastúcich 7-členných postupností $a_1, a_2, a_3, \dots, a_7$, pričom $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 18\}$?

6. Koľko je neklesajúcich 7-členných postupností $a_1, a_2, a_3, \dots, a_7$, pričom $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 18\}$?

7. Škola má 105 študentov a ponúka sedem kurzov. Vieme, že každý študent navštevuje tri kurzy, a každý kurz si vybral rovnaký počet študentov. Koľko študentov navštevuje každý kurz?

8. Nech n je prirodzené číslo, ktoré má aspoň 73 dvojčiferných deliteľov. Dokážte, že jedným z nich je číslo 60.

9. Dokážte, že pre $n, r, s, t \in \mathbb{N}$ platí

$$\binom{n}{r} \binom{r}{t} \binom{n-r}{s-t} = \binom{n}{s} \binom{s}{t} \binom{n-s}{r-t}$$

10. Koľko je bijektívnych zobrazení z $A = \{a, b, c, d\}$ do $B = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$

a) bez ďalších obmedzení?

b) ak a sa zobrazí na δ ?

c) ak d sa nezobrazí na α ?

d) ak d sa nezobrazí na α a c sa nezobrazí na β ?

11. https://www.sezam.sk/wp-content/uploads/2019/10/SZM_Z2_2019.pdf 4. úloha

12. https://www.sezam.sk/wp-content/uploads/2020/09/SZM_Z1_2020.pdf úloha 3

13. https://www.sezam.sk/wp-content/uploads/2023/10/Zadania_SZM_Z2_2023_24.pdf 4. úloha

14. <https://www.sezam.sk/wp-content/uploads/2022/08/Sezam-0708-Leto-3.pdf> 2. úloha

15. <https://www.sezam.sk/wp-content/uploads/2022/08/Sezam-0708-Zima-3.pdf> úloha 3

16. Koľkými spôsobmi sa mohlo vyvíjať skóre zápasu, ktorý skončil 7 : 4? Ako by to bolo vo všeobecnosti pre skóre $A : B$?

17. Dokážte, že všetky čísla v tvare 12008, 120308, 1203308, ... sú deliteľné číslom 19.