

1. Dokážte, že pre každé $n \in \mathbb{N}$ platí $(n+1)^2 + (n+2)^2 + \dots + (2n)^2 = \frac{n(2n+1)(7n+1)}{6}$.
2. Formálne dokážte, že každý obnos väčší ako 7 halierov sa dá presne zaplatiť len pomocou trojhalierových a päťhalierových mincí.
3. Nech x je také reálne číslo, že $x + \frac{1}{x}$ je celé číslo. Dokážte, že potom je aj $x^n + \frac{1}{x^n}$ celé číslo pre ľubovoľné $n \in \mathbb{N}$.
Pomôcka: uvažujte výraz $(x + \frac{1}{x})(x^n + \frac{1}{x^n})$.