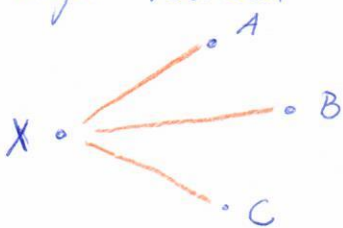


Kombinatorika - vzorové riešenie úlohy č. 22 zo sady na Dirichletov princíp

Než začneme, uvedomme si, že nezáleží na tom, ako presne na začiatku hráč nakreslí body. Dôležité je iba vlastnosť, že žiadne tri neležia na jednej priamke.

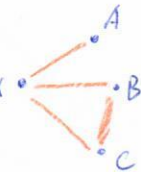
Ďalej si preformulujme, čo vlastne máme ukázať. Fakt, že hra neskončí remízou vlastne znamená, že najneskôr v momente, keď sa dokreslí posledná spojnica dvoch bodov, musí vzniknúť jednofarebný trojuholník. Teda stačí ukázať, že keď sú nakreslené všetky spojnice, tak (pri ľubovoľnom odfarbení) sa vždy nájde trojuholník jednej farby.

Pozrime sa na jeden bod (z daných 6 bodov) a na úsečky z neho vychádzajúce. Úsečiek je 5, každá má jednu z dvoch farieb. Použijeme Dirichletov princíp, kde za krabíčky zoberieme jednotlivé farby a za guľičky zoberieme úsečky. Zistíme tak, že aspoň 3 z týchto úsečiek majú rovnakú farbu. Označme si ich druhé koncové body A, B a C. Naš pôvodný bod si označíme X. (Pozri obr.)

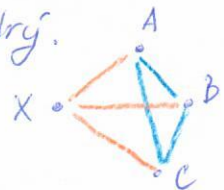


Teraz rozlíšime 2 možnosti:

1) Niektorá z úsečiek AB, BC alebo AC je červená. V tomto prípade určite dostaneme X červený trojuholník, ktorého 1 vrchol je X.



2) Všetky tri úsečky AB, BC a AC sú modré. V takom prípade je $\triangle ABC$ celý modrý.



Zistili sme, že v oboch prípadoch nájde jednofarebný trojuholník, čím sme dokázali zadané tvrdenie.