

[1.3.1 ab)]

Zistite (a svoje tvrdenie dokážte): ktoré z uvedených zápisov určujú zobrazenia:

- a) $\varphi: N \rightarrow N, \varphi(x) = x + 1$
- b) $\varphi: N \rightarrow N, \varphi(x) = 3x - 1$

[1.3.1 cd)]

Zistite (a svoje tvrdenie dokážte): ktoré z uvedených zápisov určujú zobrazenia:

- c) $\varphi: N \rightarrow Q, \varphi(x) = \frac{x+2}{x-3}$
- d) $\varphi: R \rightarrow R, \varphi(x) = \sqrt{2}$

[1.3.2 ab)]

Nájdite zobrazenia $\varphi \circ \psi$, ak sa to dá. Ak sa to nedá, uveďte dôvod.

- a) $\varphi: R \rightarrow R, \varphi(x) = 2x, \psi: R \rightarrow R^+, \psi(x) = x^2$
- b) $\varphi: R \rightarrow R, \varphi(x) = \sin x, \psi: R \rightarrow R, \psi(x) = x^2$

[1.3.2 cde)]

Nájdite zobrazenia $\varphi \circ \psi$, ak sa to dá. Ak sa to nedá, uveďte dôvod.

- c) $\varphi: Z \rightarrow Z, \varphi(x) = x - 3, \psi: N \rightarrow N, \psi(x) = x^2$
- d) $\varphi: Z \rightarrow Z, \varphi(x) = x^2 - 1, \psi: Z \rightarrow N, \psi(x) = |x|$
- e) $\varphi: N \rightarrow N, \varphi(x) = 2x + 4, \psi: N \rightarrow N, \psi(x) = 3x + 1$

[1.3.3 ab)]

Zistite (a svoje tvrdenie dokážte): ktoré z uvedených zobrazení je injektívne, ktoré je surjektívne a ak existujú, nájdite ľavé a/alebo pravé inverzné zobrazenie

- a) $\varphi: N \rightarrow N, \varphi(x) = 3x + 5$
- b) $\varphi: N \rightarrow N, \varphi(x) = x^2 + 5$

[1.3.3 cd)]

Zistite (a svoje tvrdenie dokážte): ktoré z uvedených zobrazení je injektívne, ktoré je surjektívne a ak existujú, nájdite ľavé a/alebo pravé inverzné zobrazenie

- c) $\varphi: Z \rightarrow N, \varphi(x) = |x + 1|$ (Množina N obsahuje nulu!)
- d) $\varphi: N \rightarrow N, \varphi(2n) = 0, \varphi(2n + 1) = n$

[1.3.3 ef)]

Zistite (a svoje tvrdenie dokážte): ktoré z uvedených zobrazení je injektívne, ktoré je surjektívne a ak existujú, nájdite ľavé a/alebo pravé inverzné zobrazenie

- e) $\varphi: N \rightarrow N, \varphi(x) = 6x$ (Množina N obsahuje nulu!)
- f) $\varphi: N \rightarrow N, \varphi(2n) = 2n + 1, \varphi(2n + 1) = 2n$

[1.3.4]

Nech M, N sú konečné množiny. Koľko existuje zobrazení množiny M do množiny N ?

[1.3.5]

Nech A je konečná množina. Zobrazenie $\varphi: A \rightarrow A$ je bijekcia práve vtedy, keď je injekcia alebo surjekcia. Dokážte!

[1.3.6]

Nech $\varphi: N \rightarrow N$, kde $\varphi(n) = n^2$ a $\psi: N \setminus \{0\} \rightarrow N \setminus \{0\}$, kde $\psi(m) = \frac{m}{2}$ pre párne m a $\psi(m) = 1$ pre nepárne m . Nájdite aspoň dve ľavé inverzné zobrazenia ku φ a aspoň dve pravé inverzné zobrazenia ku ψ .

[1.3.7]

Dokážte, že zobrazenie, ktoré má práve jedno pravé inverzné zobrazenie je bijekcia. Dokážte, že zobrazenie, ktoré má práve jedno ľavé inverzné zobrazenie je bijekcia.

[1.3.8*]

Dokážte: Zobrazenie $\varphi: A \rightarrow B$ je injekcia (=injektívne, prosté) práve vtedy, keď pre každú množinu C a všetky zobrazenia $\psi, \eta: B \rightarrow C$ platí: ak $\varphi \circ \psi = \varphi \circ \eta$, potom $\psi = \eta$.

[1.3.9*]

Dokážte: Zobrazenie $\varphi: A \rightarrow B$ je surjekcia (=surjektívne, na) práve vtedy, keď pre každú množinu C a všetky zobrazenia $\psi, \eta: C \rightarrow A$ platí: ak $\psi \circ \varphi = \eta \circ \varphi$, potom $\psi = \eta$.

[1.6.1 ab]

Zistite, ktoré z uvedených množín s uvedenými operáciami tvoria grupu

- množina Z s operáciou \star určenou nasledovne $a \star b = a + b - 2$
- množina Z s operáciou (obvyklého) násobenia

[1.6.1 cde]

Zistite, ktoré z uvedených množín s uvedenými operáciami tvoria grupu

- množina párných celých čísel s operáciou (obvyklého) sčítania
- množina nepárnych celých čísel s operáciou (obvyklého) sčítania
- množina R (reálnych čísel) s operáciou (obvyklého) násobenia

[1.6.1 fgh]

Zistite, ktoré z uvedených množín s uvedenými operáciami tvoria grupu

- množina reálnych čísel bez nuly, t.j. $R \setminus \{0\}$ s operáciou (obvyklého) násobenia
- množina $Z_8 \setminus \{0\}$ s operáciou \odot (násobenie modulo 8)
- množina $Z_{11} \setminus \{0\}$ s operáciou \odot (násobenie modulo 11)

[1.6.2]

Nech (G, \circ) je grupa a $a, b, c \in G$. Ak $a \circ b = a \circ c$, tak $b = c$. Dokážte! (táto vlastnosť sa nazýva zákon o krátení zľava)

[1.6.3]

Nech (G, \circ) je konečná grupa. Zistite vlastnosti tabuľky operácie \circ . Ako sa prejavuje existencia neutrálneho prvku a inverzného prvku? Ako sa prejavuje zákon o krátení zľava?

[1.6.4]

Nech (G, \circ) je konečná grupa, ktorá má párny počet prvkov. Dokážte, že v G existuje prvok g , ktorý je rôzny od neutrálneho prvku e tejto grupy s vlastnosťou $g \circ g = e$. (t.j. g je sám k sebe inverzný)