

## Domáca úloha č. 1

Zverejnená 1. 10. 2024 - odovzdáva sa na cvičeniach v budúcom týždni (9. 10., 10. 10., 11. 10. - podľa toho, do ktorej skupiny patríte).

Riešenia (podpísané, treba vždy uviesť aj číslo príkladu) je treba odovzdať napísané na papieri, stačí rukou, ale musí to byť čitateľné. Ak chcete riešenia písať na počítači, treba použiť L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, písať riešenia matematických úloh v MS Word by sme mali považovať za zakázané. Aj v prípade, že riešenie napíšete v L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-u, treba ho vytlačiť a dať cvičiacim na cvičení na papieri (výnimky treba dohodnúť - keď je niekto chorý a podobne - aj čo sa týka dátumu odovzdania aj čo sa týka spôsobu odovzdania).

Vo všetkých úlohách  $\mathbb{N}$  označuje množinu prirodzených čísel, t.j.  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ . Označenie  $id_{\mathbb{N}}$  znamená identické zobrazenie na množine  $\mathbb{N}$ , t.j. zobrazenie  $id_{\mathbb{N}}: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  určené predpisom  $id_{\mathbb{N}}(n) = n$  (pre každé  $n \in \mathbb{N}$ ). Pri všetkých 4 úlohách nižšie je nutné (!) dodržať to, že sa jedná o zobrazenia  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . V prípade nejasností je dobre pozrieť veci v podkapitole 2.2.2 v skriptách.

1. Nájdite príklad zobrazení  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  takých, že  $f \circ g = id_{\mathbb{N}}$  a súčasne  $g \circ f \neq id_{\mathbb{N}}$ , (alebo zdôvodnite, že také zobrazenia neexistujú).

Samozrejme, ako súčasť riešenia musíte uviesť „overenie“, dôkaz toho, že vami uvedené (nájdené) zobrazenia/funkcie spĺňajú zadanie (t.j. nestačí napísať zobrazenia a nech si opravujúci sám overí, či „sú v poriadku“).

2. Nájdite príklad zobrazenia  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  takého, že  $f \circ f = id_{\mathbb{N}}$  a súčasne  $f \neq id_{\mathbb{N}}$  (alebo zdôvodnite, že také zobrazenie neexistuje).

Samozrejme, ako súčasť riešenia musíte uviesť „overenie“, dôkaz toho, že vami uvedené (nájdené) zobrazenie/funkcia spĺňa zadanie (t.j. nestačí napísať zobrazenie a nech si opravujúci sám overí, či „je v poriadku“).

3. Nájdite príklad zobrazení  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  takých, že zložené zobrazenie  $g \circ f$  je injekcia ale  $g$  nie je injekcia, (alebo zdôvodnite, že také zobrazenia neexistujú).

Samozrejme, ako súčasť riešenia musíte uviesť „overenie“, dôkaz toho, že vami uvedené (nájdené) zobrazenia/funkcie spĺňajú zadanie (t.j. nestačí napísať zobrazenia a nech si opravujúci sám overí, či „sú v poriadku“).

4. Nájdite príklad zobrazení  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  takých, že zložené zobrazenie  $g \circ f$  je surjekcia ale  $f$  nie je surjekcia, (alebo zdôvodnite, že také zobrazenia neexistujú).

Samozrejme, ako súčasť riešenia musíte uviesť „overenie“, dôkaz toho, že vami uvedené (nájdené) zobrazenia/funkcie spĺňajú zadanie (t.j. nestačí napísať zobrazenia a nech si opravujúci sám overí, či „sú v poriadku“).

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 riešia A–D, 2 riešia E–K, 3 riešia L–R, 4 riešia S–Z