

Domáca úloha č. 6

Zverejnená 27. 4. 2023 - odovzdáva sa najneskôr na cvičeniach 9. 5., 10. 5., 11. 5. — podľa skupiny

Zadanie je pre všetky 4 skupiny rovnaké: Pre polynómy $f(x), g(x) \in \mathbb{Q}[x]$ nájdite $\gcd(f(x), g(x))$ a nájdite $s(x), t(x) \in \mathbb{Q}[x]$ tak, aby $\gcd(f(x), g(x)) = s(x)f(x) + t(x)g(x)$.

Ak je výsledok pre \gcd konštanta, "prepočítajte" $s(x), t(x) \in \mathbb{Q}[x]$ tak, aby platilo $1 = s(x)f(x) + t(x)g(x)$.

Všetky výsledky treba "vypočítať", nie uhádnuť, treba použiť Euklidov algoritmus, postup podľa textu, viď príklad 4.3.15 (výpočet $\gcd(89, 16)$ na strane 97) (prvá tabuľka - tá "nezjednodušená"), príklad 4.3.16 (výpočet, tabuľka pre $\gcd(31, 5)$) na strane 98, výpočet \gcd pre polynómy — tabuľka zhruba v polovici strany 99, alebo podľa prednášky (na prednáške som uvádzal ešte jeden stĺpec pre podiely, ktorý v tabuľkách v texte ku prednáške nie je, s ním je to ešte prehľadnejšie), prípadne podľa https://en.wikipedia.org/wiki/Extended_Euclidean_algorithm — len na prednáške boli vymenené stĺpce „quotient“ a „remainder“, možno aj indexovanie bolo trochu iné, ako som už napísal, v texte ku prednáške stĺpec „quotient“ neuvádzame vôbec.

Príklady sú „skonštruované“ tak, aby ste pri výpočtoch (okrem úplne posledného, keď sa to prípadne prepočítava pre konštantu 1) nemuseli používať zlomky, takže by všetko malo vychádzať pomerne "ľahko".

1.

$$\begin{aligned}f(x) &= x^5 + 5x^4 + 11x^3 + 8x^2 - 9x - 7 \\g(x) &= x^3 + 5x^2 + 12x + 12\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x^5 - x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 1 \\g(x) &= 2x^3 + x^2 + 3x\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x^5 + 3x^4 - 8x^3 - 17x^2 - 13x - 4 \\g(x) &= 2x^3 + x^2 - 9x - 10\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}f(x) &= x^5 + x^4 - 8x^3 + 11x^2 - 4x + 1 \\g(x) &= x^3 + 2x^2 - 7x + 1\end{aligned}$$

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 riešia A–D, 2 riešia E–K, 3 riešia L–R, 4 riešia S–Z