

Teória čísel

Základná veta aritmetiky, vlastnosti prvočísel, základné vlastnosti kongruencií. Aritmetické funkcie, malá Fermatova veta, Eulerova veta.

Algebra

Moduly a ich základné vlastnosti. Voľné moduly. Konečne generované moduly a abelovské grupy. Kanonické tvary matic, podobné matice. Charakteristický a minimálny polynóm matice, elementárne delitele a invariantné faktory matic.

Grupy transformácií, Cayleyho veta. Konečné grupy, Burnsidova lema, Sylowove vety. Voľná grupa a jej podgrupy. Voľný súčin grúp.

Artinovské a noetherovské okruhy. Fittingova lema, Krullova-Wedderburnova veta o rozklade artinovsko-noetherovských modulov. Celé rozšírenia okruhov. Hilbertova veta u nulách.

Polynómy nad konečným poľom, rozklad na súčin ireducibilných faktorov. Rozkladové pole polynómu. Bezpečnostné kódy. Lineárne kódy, Hammingove kódy. Generujúce polynómy a cyklické kódy.

Čiastočne usporiadané množiny a zväzy. Hasseovej diagramy. Úplné zväzy. Modulárne a distributívne zväzy. Booloeve algebry a ich reprezentácie.

Univerzálne algebry, základné algebraické konštrukcie (podalgebry, faktorové algebry, priamy a polopriamy súčin), zväz kongruencií algebry, variety algebier, Birkhoffova veta.

Kombinatorika a teória grafov

Grafy a ich základné vlastnosti. Minimálna cesta v grafe, algoritmus na minimálnu kostru. Fordov-Fulkersonov algoritmus, Hallova veta. Lineárny faktor, zložitost algoritmov. Problém obchodného cestujúceho. Problém čínskeho poštára. Transformácie úloh, základné NP-uplné úlohy, problém P versus NP.

Rovinné grafy, Eulerova rovnosť. Farbenie grafov, veta o piatich farbách. Ramseyova veta a jej aplikácie (Happy ending problém, Schurova veta, Erdösova-Szekeresova veta). Kružnice v grafoch, hamiltonovské problémy. Oreova veta. Turanova veta. Erdösova veta o existencii grafov s ľubovoľne veľkým obvodom a chromatickým číslom.

Grupy automorfizmov grafov, Fruchtova veta. Cayleyho grafy grúp, Sabidussiho veta. Problém grafovej regulárnej reprezentácie grúp. Polyova veta (všeobecná verzia), formula pre počet vrcholovo tranzitívnych grafov prvočíselneho rádu.

Matematická logika

Jazyky a štruktúry prvého rádu. Modely teórií. Gödelova veta o úplnosti. Veta o kompaktnosti a jej dôsledky. Príklady teórií.

Podštruktúry, homomorfizmy a reťazce štruktúr. Elementárna ekvivalencia, elementárne podštruktúry a elementárne reťazce. Tarského kritérium. Diagramy. Axiomatické a konečne axiomatizovateľné triedy. Zachovávanie teórií pri algebraických konštrukciách.

Filtrovaný súčin, ultrasúčin a ultramocnina. Losova veta. Veta o kompaktnosti v jazyku ultraproduktov. Charakterizácia elementárnej ekvivalencie a (konečne) axiomatizovateľných tried.

Všeobecná topológia

Topologické priestory, axiomy oddeliteľnosti (Hausdorffove, regulárne, úplne regulárne, a normálne priestory). Spojité funkcie. Základné topologické konštrukcie (podpriestor, faktorový priestor, topologický súčin a súčet). Kompaktné, lokálne kompaktné a súvislé priestory. Konvergencia v topologických priestoroch (filtre a siete). Metrizovateľné priestory.

Algebraická topológia

Plochy. Topologické variety. Lepenie buniek na topologické priestory. Lineárna a lokálne lineárna súvislosť priestoru. Homotópia, homotopický typ topologického priestoru. Fundamentálna grupa priestoru. Singulárne grupy homológií. Charakteristické vlastnosti singulárnej teórie homológií. Homologické grupy sfér a príklady ich aplikácií. Singulárne kohomologické grupy.

Diferenciálna topológia

Diferencovateľná varieta a diferencovateľné zobrazenie. Dotykový vektorový priestor, diferenciál zobrazenia, dotyková fibrácia hladkej variety, hladká vektorová fibrácia, podvarieta, vnáranie a vkladanie variet, veta o inverznom zobrazení, elementárna transverzálita, vnáranie a vkladanie hladkých variet do euklidovských priestorov, regulárne a kritické body a hodnoty, dôkaz základnej vety algebry.