PREDNÁŠKOVÉ ÚLOHY 8

1. Napíšte rovnicu roviny v $\mathscr{E}^3$ kolmej na priamku $\mathscr{P} \equiv \{x_2 + 2x_3 + 1 = 0, x_1 + 3x_3 + 1 = 0\}$, ak prechádza bodom $C \equiv (-1, -1, 0)$.

2. V $\mathscr{E}^4$ nájdite bod X', ktorý je (kolmo) súmerný k bodu $X \equiv (5, 5, 3, 3)$ vzhľadom na nadrovinu $\mathscr{N} \equiv 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 2 = 0$.

3. V $\mathscr{E}^4$ určte vzdialenosť bodu $B \equiv (5, 1, 0, 8)$ a jeho kolmého priemetu do roviny β, prechádzajúcej bodmi $P \equiv (1, 2, 3, 4)$, $Q \equiv (2, 3, 4, 5)$ a $C \equiv (2, 2, 3, 7)$. [$\sqrt{14}$]

4. Určte vzdialenosť bodu $M \equiv (4, 2, -5, 1)$ v $\mathscr{E}^4$ od roviny $\alpha \equiv \{2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 9,\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 12\}$. [5?]

5. Napíšte rovnicu nadroviny β, ktorá je rovnobežná s nadrovinou $\alpha \equiv 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 2x_4 - 3 = 0$, ak vzdialenosť medzi týmito nadrovinami je $\rho(\alpha, \beta) = 2$. [Sú dve také nadroviny β?]

6. * Vnútri trojuholníka, vyťatého na rovine Oxy rovinami $\alpha \equiv x + 4y + 8z + 8 = 0$, $\beta \equiv x - 2y + 2z + 2 = 0$ a $\gamma \equiv 3x + 4y + 12 = 0$, nájdite bod X, ktorý má rovnakú vzdialenosť od rovín α, β a γ.

PREDNÁŠKOVÉ ÚLOHY 9

1. V $\mathscr{E}^4$ rovina α prechádza bodmi $A \equiv (1,1,1,1)$, $B \equiv (2,2,0,0)$, $C \equiv (1,2,0,1)$ a priamka $\mathscr{P}$ prechádza bodmi $U \equiv (1,1,1,2)$ a $V \equiv (1,1,2,1)$. Určte vzájomnú polohu $\mathscr{P}$ a α a vzdialenosť medzi týmito afinnými podpriestormi. [Sú mimobežné; ich spoločná kolmica má parametrické vyjadrenie $x_1 = 1+t$, $x_2 = 1+t$, $x_3 = (3/2)+t$, $x_3 = (3/2)+t$; vzdialenosť medzi priamkou a rovinou je 1/2.]

2. V $\mathscr{E}^4$ rovina α prechádza bodmi $A \equiv (1,1,1,1)$, $B \equiv (3,0,1,1)$, $C \equiv (1,1,-1,2)$ a priamka $\mathscr{P}$ prechádza bodmi $U \equiv (4,2,1,6)$ a $V \equiv (0,4,5,4)$. Určte vzájomnú polohu $\mathscr{P}$ a α a vzdialenosť medzi týmito afinnými podpriestormi. [Priamka je rovnobežná s rovinou; vzdialenosť medzi nimi je 5?]

3. Určte uhol, ktorý zviera priamka $p \equiv x_1 = 4+t$, $x_2 = -2t$, $x_3 = 1-t$, $x_4 = 2$, $t \in \mathbb{R}$, s priamkou $q \equiv x_1 = 3, x_2 = t, x_3 = 5+t, x_4 = -1$, $t \in \mathbb{R}$. [$\frac{\pi}{6}$?]

4. Nájdite dĺžky strán a vnútorné uhly trojuholníka ABC v $\mathscr{E}^4$, ak $A \equiv (-1,0,-1,2)$, $B \equiv (0,2,0,3)$ a $C \equiv (2,1,1,2)$. [dĺžka AB = dĺžka = $\sqrt{7}$ = $\sqrt{7}$, dĺžka $AC = \sqrt{14}$, uhol pri B je $\pi/2$, uhol pri A = uhol pri C je $\pi/4$?]

5. * Nájdite vzdialenosť bodu $B \equiv (b_1, \dots, b_n)$ v $\mathscr{E}^n$ od priamky s parametrickým vyjadrenín $x_1 = a_1 + \lambda_1 t, \dots, x_n = a_n + \lambda_n t$. [$\sqrt{(b_1-a_1)^2 + \cdots + ? - \frac{(\lambda_1(b_1-a_1)+\cdots+?)^2}{\lambda_1^2+\cdots+?}}$]

6. * Nech α a β sú afinné podpriestory v $\mathscr{E}^n$. Dokážte, že ak body $X \in \alpha$ a $Y \in \beta$ sú také, že $\rho(\alpha,\beta) = \rho(X,Y)$, tak priamka určená bodmi X a Y je kolmá na obidva podpriestory α a β.