

PREDNÁŠKOVÉ ÚLOHY 13

1. Určte vlastné hodnoty matice A^2 , ak poznáte vlastné hodnoty komplexnej matice A .
2. Nájdite reálne vlastné hodnoty a ľavé (riadkové) aj pravé (stĺpcové) vlastné vektory reálnej matice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

[K vlastnej hod. 2 vlastné vektory $c_1(1, 1, 0, 0) + c_2(1, 0, 1, 0) + c_3(1, 0, 0, 1)$; k vlastnej hodnote -2 vl. vektory $c(1, -1, -1, -1)$?]

3. * Dokážte, že ak štvorcová matica A je idempotentná, teda ak $A^2 = A$, tak všetky jej vlastné hodnoty sa rovnajú 0 alebo 1.
4. * Dokážte, že ak matice $A, B \in M_{n,n}(R)$ sú také, že $AB = BA$, tak majú spoločný vlastný vektor.
5. * Dokážte, že ak A a B sú ľubovoľné štvorcové matice rovnakého stupňa nad tým istým polom, tak matice AB a BA majú ten istý charakteristický polynóm.
6. * Nech A je taká štvorcová matica, že súčet prvkov každého jej riadka sa rovná 1. Dokážte, že 1 je vlastnou hodnotou matice A .