

## PREDNÁŠKOVÉ ÚLOHY 14

1. Zistite, či matica

$$\begin{pmatrix} 8 & 15 & -36 \\ 8 & 21 & -46 \\ 5 & 12 & -27 \end{pmatrix}$$

je podobná diagonálnej nad poľom  $\mathbb{R}$ , resp.  $\mathbb{C}$ . [Je, nad  $\mathbb{R}$ .]

2. Dokážte, že ak  $A$  a  $B$  sú podobné matice, tak majú tú istú stopu:  $\text{sto}(A) = \text{sto}(B)$ .
3. Určte vlastné hodnoty matice  $A^2$ , ak poznáte vlastné hodnoty matice  $A$ .
4. Nájdite dve reálne štvorcové matice, ktoré majú ten istý charakteristický polynóm, ale nie sú podobné. Nájdite tiež aspoň jeden príklad takýchto matíc, kde charakteristický polynóm bude mať aspoň dva rôzne korene.
5. Vyrátajte vlastné hodnoty a vlastné vektory komplexnej matice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Je matica  $A$  podobná diagonálnej? [Vlastné hodnoty 1, 2, 3; k 1 prislúchajú vlastné vektory  $c(1, 0, -1)$ ,  $c \in \mathbb{C} - \{0\}$ ?]

6. Pomocou stopy a determinantu charakterizujte všetky racionálne štvorcové matice stupňa 2, ktorých vlastné hodnoty sú 1 a  $-1$ .