

PREDNÁŠKOVÉ ÚLOHY 18

1. Nájdite regulárnu lineárnu transformáciu premenných, ktorá kvadratickú formu troch premenných $x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3$ prevedie na tvar $ay_1^2+by_2^2+cy_3^2$, pričom a, b, c sú z množiny $\{0, 1, -1\}$.
2. Nájdite kánonický tvar kvadratickej formy $4x_1^2+x_2^2+x_3^2-4x_1x_2+5x_1x_3-2x_2x_3$ a regulárnu lineárnu transformáciu premenných, v tvare $x_1 = \dots, x_2 = \dots, x_3 = \dots$, ktorá túto formu prevedie na kánonický tvar.
3. Nájdite kánonický tvar kvadratickej formy $x_1^2-2x_1x_2+2x_1x_3-2x_1x_4+x_2^2+2x_2x_3-4x_2x_4+x_3^2-2x_4^2$ a regulárnu lineárnu transformáciu premenných, v tvare $y_1 = \dots, y_2 = \dots, y_3 = \dots, y_4 = \dots$, ktorá túto formu prevedie na kánonický tvar. [$y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$? $y_4 = x_4, y_3 = x_2 - x_3 + 2x_4, y_2 = x_2 + x_3 + x_4, y_1 = x_1 - x_2 + x_3 - x_4$?]
4. * Prevedte kvadratickú formu $\sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i<k} x_i x_k$ na kánonický tvar. [Takmer kánonický tvar je $y_1^2 + \frac{3}{4}y_2^2 + \frac{4}{6}y_3^2 + \dots + \frac{n+1}{2n}y_n^2$?]

PREDNÁŠKOVÉ ÚLOHY 19

1. Dá sa kvadratická forma $2x_1x_2-6x_1x_3-6x_2x_4+2x_3x_4$ previesť regulárnou lineárnou transformáciou premenných na formu $3y_1y_2 - 4y_1y_3 + 6y_2y_3$?
2. Nájdite kánonický tvar kvadratickej formy $3x_1^2+2x_2^2-x_3^2-2x_4^2+2x_1x_2-4x_2x_3+2x_2x_4$ a tiež regulárnu lineárnu transformáciu premenných v tvare $x_1 = \dots, x_2 = \dots, x_3 = \dots, x_4 = \dots$, ktorá pôvodnú formu prevedie na kánonický tvar. [$y_1^2 + y_2^2 - y_3^2 - y_4^2; \dots, x_4 = \frac{\sqrt{629}}{37}y_4$?]
3. * a) Nájdite explicitnú nevyhnutnú a postačujúcu podmienku na to, aby kvadratická forma $\sum_{i=1}^n ax_i^2 + 2\sum_{i,j=1}^n bx_ix_j$ bola kladne definitná.
 b) Nájdite explicitnú nevyhnutnú a postačujúcu podmienku na to, aby kvadratická forma $\sum_{i=1}^n ax_i^2 + 2\sum_{1\leq i<j\leq n} bx_ix_j$ bola kladne definitná.
 [Pri ktorej z týchto možností nevyhnutná a postačujúca podmienka znie: $a > 0$ a $a - b > 0$ a $a + (n - 1)b > 0$?]