LAG1, ZS 2018/19

T. Macko, M. Sleziak

Prednáškové úlohy 12

19.12.2018

Na druhej strane je ešte jedna úloha.

1. 4.4.6(5) Vyrátajte $f(1,2,-1)$, ak lineárne zobrazenie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ je dané predpisom
$$f(x,y,z) = (x,y,z) \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

2. 5.1.6(2) Presvedčte sa, že jedným z riešení reálneho lineárneho systému
$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 6 \end{aligned}$$
je $(1,1,-1,-1) \in \mathbb{R}^4$. Dokážte, že iné riešenia tento systém nemá.

3. 5.2.8(2) Nájdite bázu priestoru riešení reálneho lineárneho systému
$$\begin{aligned} 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 &= 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 &= 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 &= 0. \end{aligned}$$

4. 5.3.6(7) Nájdite a, pre ktoré je reálny lineárny systém
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= a \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$
riešiteľný.

5. Uvažujme vektorový priestor $V = F^{k+n}$ nad nejakým poľom F pre nejaké $k, n \geq 1$. Ďalej uvažujme podpriestor
$$S = \{(x_1, \dots, x_k, 0, \dots, 0) \mid x_i \in F\} \subset V$$
Ukážte, že vektorový priestor V/S je izomorfný s F^n.

6. Uvažujme vektorový priestor $U = \mathbb{R}^2$ a pre $(k,l) \neq (0,0)$ jeho vektorový podpriestor
$$\Delta_{(k,l)} = \{(k \cdot z, l \cdot z) \mid z \in \mathbb{R}\} \subset U$$
Ukážte, že vektorový priestor $U/\Delta_{(k,l)}$ je izomorfný s $\mathbb{R}$.

Veselé Vianoce a Šťastný Nový rok 2019!