LAG1, ZS 2018/19

T. Macko, M. Sleziak

Prednáškové úlohy 2

3.10.2018

1. 1.1.19(8) Nech M je n-prvková množina. Prečo neexistuje bijekcia medzi M a množinou všetkých podmnožín v M?

2. Nájdite množiny A, B, C a zobrazenia $f\colon A \to B$ a $g\colon B \to C$ také, že f je injektívne, g je surjektívne, ale $g \circ f$ nie je ani injektívne ani surjektívne.

3. Nech $f\colon A \to B$ je zobrazenie a nech existuje $g\colon B \to A$ také, že $g \circ f = \mathrm{id}_A$ a $f \circ g = \mathrm{id}_B$. Ukážte, že potom $g = f^{-1}$.

4. 1.2.9(1) Na $\mathbb{R}$ definujme binárnu operáciu $*$ predpisom $x * y = x \cdot y^2$ (kde bodka $\cdot$ je násobenie reálnych čísel). Má táto operácia neutrálny prvok? Ak má, nájdite ho. Je operácia $*$ asociatívna? Je komutatívna?

5. 1.2.9(2) Na trojprvkovej množine $M = \{a, b, c\}$ definujme binárnu operáciu ako na prednáške, t.j. tabuľkou

	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

   Ukážte, že táto operácia je asociatívna.

6. Na štvorprvkovej množine $M = \{a, b, c, d\}$ definujme binárnu operáciu tabuľkou

	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

   Táto operácia je asociatívna (to nemusíte dokazovať). Nájdite jej neutrálny prvok a ku každému prvku nájdite jeho inverzný prvok. Platí pre niektorý prvok, že je inverzný sám k sebe?

7. 1.2.9(3) Na $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ definujme operáciu $+$ takto: $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$. Dokážte, že táto operácie je asociatívna. Nájdite jej neutrálny prvok. Určite inverzný prvok k prvku $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.