

Prednášĳkové úlohy 7

13.11.2018

1. 2.1.18(3) Je vektorovým podpriestorom v \mathbb{R}^n ($n \geq 1$) množina takých usporiadaných n -tíc (x_1, \dots, x_n) , že všetky x_1, \dots, x_n sú celé čísla?
2. Je pravda, že
 - (a) $[(1, 2), (-1, 4)] = \mathbb{R}^2$?
 - (b) $[(2, 4), (-1, -2)] = \mathbb{R}^2$?
 - (c) $[(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 0)] = \mathbb{R}^3$?
 - (d) $[(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 1)] = \mathbb{R}^3$?
3. 2.1.18(2) Dokážte, že \mathbb{C} (so zvyčajným sčítovaním komplexných čísel a so zvyčajným násobením komplexných čísel reálnymi) je vektorový priestor nad \mathbb{R} a tiež to, že $\mathbb{C} = [1, i]$. (Pripomíname, že symbol $[1, i]$ značí lineárny obal množiny vektorov $\{1, i\}$, kde $1 \in \mathbb{C}$ a $i \in \mathbb{C}$ chápeme ako vektory vektorového priestoru \mathbb{C} nad polom \mathbb{R} .)
4. Nech S a T sú ľubovoľné vektorové podpriestory nejakého vektorového priestoru V nad ľubovoľným polom F . Platí, že ich zjednotenie $S \cup T \subset V$ je vektorový podpriestor V ? Ak áno, dokážte, ak nie nájdite protipríklad.
5. 2.1.18(5) Nech F je pole. Dokážte, že

$$\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in F^4; x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0\}$$

je vektorový podpriestor v F^4 , ale

$$\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in F^4; x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1\}$$

nie je vektorový podpriestor v F^4 .

6. 2.1.18(11) V $(\mathbb{Z}_7)^4$ nájdite lineárnu kombináciu $-2\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 - 2^{-1}\vec{a}_3$, ak

$$\vec{a}_1 = (1, 2, 2 \cdot 3^{-1}, -4), \quad \vec{a}_2 = (3, 3, -1, 2), \quad \vec{a}_3 = (5, -2, 4, 1).$$