

Prednáškové úlohy 9

27.11.2018

1. Vyriešte nad
- \mathbb{R}
- lineárny systém

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= a \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &= b \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= c \end{aligned}$$

pre ľubovoľné $a, b, c \in \mathbb{R}$.

2. Uvažujme vektorový priestor
- \mathbb{R}^2
- nad
- \mathbb{R}
- , v ktorom máme štandardnú bázu

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2), \quad \text{kde } \vec{e}_1 = (1, 0), \vec{e}_2 = (0, 1).$$

Uvažujme ďalej aj bázu

$$(\vec{f}_1, \vec{f}_2), \quad \text{kde } \vec{f}_1 = (1, 1), \vec{f}_2 = (-1, 1).$$

Pre ľubovoľný vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$ so súradnicami $\vec{x} = (x_1, x_2)$ vzhľadom k báze (\vec{e}_1, \vec{e}_2) nájdite jeho súradnice vzhľadom k báze (\vec{f}_1, \vec{f}_2) .

3. Nech
- S
- a
- T
- sú podpriestory vektorového priestoru
- V
- . Ukážte, že ak
- S
- a
- T
- sú konečne generované, tak aj ich lineárny súčet
- $S + T$
- je konečne generovaný. Ďalej ukážte, že

$$S + T = S_{S \cup T}$$

kde $S_{S \cup T}$ značí najmenší vektorový podpriestor V obsahujúci množinu $S \cup T$.

4. 2.4.15(2) Presvedčte sa, že $((1, 1, 1), (1, -1, 1), (-1, 1, 1))$ je báza v \mathbb{R}^3 a vyrátajte súradnicovú trojicu vektora $(2, -4, 9) \in \mathbb{R}^3$ vzhľadom na túto bázu.
5. 2.4.15(5) Dokážte, že $((1, 1, 0), (2, 1, a), (1, 1, -1))$ je bázou vektorového priestoru \mathbb{R}^3 , nech by $a \in \mathbb{R}$ bolo akékoľvek.
6. 2.4.15(11) Nájdite bázu a dimenziu vektorového podpriestoru $P \subset (\mathbb{Z}_7)^4$, ak

$$P = [(1, 2, -3, 2), (2, 1, 4, -1), (1, 2, 1, 1), (1, 3, 5, -2), (1, 1, 1, 1)].$$