

Prednáškové úlohy 11

04.12.2019

Na druhej strane je ešĹe jedna úloha.

1. 3.2.19(1) Nájdite hornú trojuholníkovú maticu a redukovanú stupňovitú maticu riadkovo ekvivalentnú s maticou

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

nad dvojprvkovým poľom \mathbb{Z}_2 .

2. 3.2.19(2) Pomocou elementárnych riadkových operácií určte hodnotu matic A, B nad poľom \mathbb{R} , ak

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -7 & 2 & 2 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 5 \\ -4 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

[Všimnite si, že i -ty riadok matice B je i -tym stĺpcom matice A , pre všetky i . Ak ste zistili, že $h(A) = h(B)$, nie je to iba zhoda okolností, ako uvidíme neskôr.]

3. 3.2.19(3) Určte hodnotu matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 2t & 10 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix} \in M_{3,4}(\mathbb{R})$$

v závislosti od hodnôt parametra t .

4. 3.2.19(8) Nájdite redukovanú stupňovitú maticu riadkovo ekvivalentnú s maticou

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

nad trojprvkovým poľom \mathbb{Z}_3 .

5. 4.1.17(2) Dokážte, že zobrazenie

$$h : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad h(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2, x_3 + x_4)$$

je lineárne. Nájdite $\text{Ker}(h) = h^{-1}(\{\vec{0}\})$ a $h(\mathbb{R}_{(1,0,1,0)}) \subset \mathbb{R}^2$, kde $\mathbb{R}_{(1,0,1,0)} = \{(x_1, 0, x_3, 0) \mid x_1, x_3 \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^4$.

6. 4.1.17(1) Definujme $\frac{d}{dt} : \mathbb{R}[t] \rightarrow \mathbb{R}[t]$ ako zobrazenie derivovania. Teda bude

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_{i \geq 0} a_i t^i \right) = \sum_{i \geq 1} i a_i t^{i-1}.$$

Presvedčte sa, že zobrazenie $\frac{d}{dt}$ je lineárne.