LAG1, ZS 2019/20

T. Macko, S. Veselá, M. Sleziak

Prednáškové úlohy 12

10.12.2019

Na druhej strane je ešte jedna úloha.

1. Uvažujme lineárne zobrazenia $f_i\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ z príkladu 5a)- 5d) z jednej z predchádzajúcich prednášok, t.j. zobrazenia

   $f_a\colon (x_1, x_2) \mapsto (x_1 + x_2, x_2)$ zobrazenie skosenia,
   $f_b\colon (x_1, x_2) \mapsto (-x_1, x_2)$ zobrazenie zrkadlenia,
   $f_c\colon (x_1, x_2) \mapsto (x_2, -x_1)$ zobrazenie otočenia o 90 stupňov proti smeru hod. ručičiek,
   $f_d\colon (x_1, x_2) \mapsto (\alpha \cdot x_1, \beta \cdot x_2)$ zobrazenie škálovania.

   Nakreslite si korešpondujúce obrázky a nájdite matice týchto zobrazení a ich inverzné matice.

2. 4.6.11(2) Pre ľubovoľné $\alpha \in \langle 0, 2\pi\rangle$ uvažujme maticu
   $$A_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}.$$
   K tejto matici máme asociované zobrazenie $f_{A_\alpha} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$. Nakreslite si vektory $f_{A_\alpha}(\vec{e}_1)$ a $f_{A_\alpha}(\vec{e}_2)$, prípadne aj niektoré ďalšie $f_{A_\alpha}(\vec{x})$, ak treba. Ako možno geometricky popísať zobrazenie f_{A_α}?

   Vyrátajte inverznú maticu k matici A_α.

3. 4.2.4(7) Vyrátajte $f(1, 1, 1)$, ak viete, že lineárne zobrazenie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ má maticu
   $$M_f = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. 4.3.8(1) Vyrátajte súčin AB, ak
   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
   chápeme ako

   (a) matice nad $\mathbb{R}$;

   (b) matice nad $\mathbb{Z}_2$.

5. 4.4.6(6) Nájdite jadro lineárneho zobrazenia, ktorého matica je
   $$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & -3 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3,3}(\mathbb{R}).$$

6. 4.6.11(8) Vyrátajte maticu $B^{-1} \cdot A^{-1}$, ak

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \in M_{3,3}(\mathbb{R}).$$