

Prednáškové úlohy 13

18.12.2019

1. 4.4.6(5) Vyrátajte $f(1, 2, -1)$, ak lineárne zobrazenie $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je dané predpisom

$$f(x, y, z) = (x, y, z) \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

2. 5.1.6(2) Presvedčte sa, že jedným z riešení reálneho lineárneho systému

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 6 \end{aligned}$$

je $(1, 1, -1, -1) \in \mathbb{R}^4$. Dokážte, že iné riešenia tento systém nemá.

3. 5.2.8(2) Nájdite bázu priestoru riešení reálneho lineárneho systému

$$\begin{aligned} 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 &= 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 &= 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 &= 0. \end{aligned}$$

4. 5.3.6(7) Nájdite a , pre ktoré je reálny lineárny systém

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= a \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

riešiteľný.

5. Uvažujme vektorový priestor $V = F^{k+n}$ nad nejakým polom F pre nejaké $k, n \geq 1$. Ďalej uvažujme podpriestor

$$S = \{(x_1, \dots, x_k, 0, \dots, 0) \mid x_i \in F\} \subset V$$

Ukážte, že vektorový priestor V/S je izomorfný s F^n .

6. Uvažujme vektorový priestor $U = \mathbb{R}^2$ a pre $(k, l) \neq (0, 0)$ jeho vektorový podpriestor

$$\Delta_{(k,l)} = \{(k \cdot z, l \cdot z) \mid z \in \mathbb{R}\} \subset U$$

Ukážte, že vektorový priestor $U/\Delta_{(k,l)}$ je izomorfný s \mathbb{R} .

Veselé Vianoce a Šťastný Nový rok 2020!