LAG1, ZS 2019/20

T. Macko, S. Veselá, M. Sleziak

Prednáškové úlohy 7
05.11.2019

1. Napíšte tabuľku multiplikatívnych grúp
$$((\mathbb{Z}_2)^*, \cdot),\ ((\mathbb{Z}_3)^*, \cdot),\ ((\mathbb{Z}_7)^*, \cdot).$$
Ak $m = 2, 3, 7$ aký je vzťah medzi $((\mathbb{Z}_m)^*, \cdot)$ a $(\mathbb{Z}_{m-1}, +)$. Odôvodnite.

2. Ukážte, že množina $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{x + y \cdot \sqrt{2} \mid x, y \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}$ s operáciami $+$ a $\cdot$ zdedenými z $\mathbb{R}$ je okruh s 1. Je $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ pole?

3. 2.1.18(2) Dokážte, že $\mathbb{C}$ (so zvyčajným sčitovaním komplexných čísel a so zvyčajným násobením komplexných čísel reálnymi) je vektorový priestor nad $\mathbb{R}$.

4. 2.1.18(11) V $(\mathbb{Z}_7)^4$ nájdite lineárnu kombináciu $-2\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 - 2^{-1}\vec{a}_3$, ak
$$\vec{a}_1 = (1, 2, 2 \cdot 3^{-1}, -4), \qquad \vec{a}_2 = (3, 3, -1, 2), \qquad \vec{a}_3 = (5, -2, 4, 1).$$

5. 2.1.18(3) Je vektorovým podpriestorom v $\mathbb{R}^n$ $(n \geq 1)$ množina takých usporiadaných n-tíc $(x_1, \ldots, x_n)$, že všetky $x_1, \ldots, x_n$ sú celé čísla?

6. Nech S a T sú ľubovoľné vektorové podpriestory nejakého vektorového priestoru V nad ľubovoľným poľom F. Platí, že ich zjednotenie $S \cup T \subset V$ je vektorový podpriestor V? Ak áno, dokážte, ak nie nájdite protipríklad.