

Prednáškové úlohy 9

15.11.2022

1. Vyriešte nad
- \mathbb{R}
- lineárny systém

$$\begin{aligned}3x_1 + x_2 - 2x_3 &= a \\x_1 - x_2 + 2x_3 &= b \\2x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= c\end{aligned}$$

pre ľubovoľné $a, b, c \in \mathbb{R}$.

2. Uvažujme vektorový priestor
- \mathbb{R}^2
- nad
- \mathbb{R}
- , v ktorom máme štandardnú bázu

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2), \quad \text{kde } \vec{e}_1 = (1, 0), \vec{e}_2 = (0, 1).$$

Uvažujme ďalej aj bázu

$$(\vec{f}_1, \vec{f}_2), \quad \text{kde } \vec{f}_1 = (1, 1), \vec{f}_2 = (-1, 1).$$

Pre ľubovoľný vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$ so súradnicami $\vec{x} = (x_1, x_2)$ vzhľadom k báze (\vec{e}_1, \vec{e}_2) nájdite jeho súradnice vzhľadom k báze (\vec{f}_1, \vec{f}_2) .

3. 2.3.14(3) Zistite ktoré z nasledujúcich množín vektorov v
- \mathbb{R}^4
- sú lineárne závislé resp. nezávislé:

$$A = \{(1, 1, 1, 1), (1, 2, 1, 1), (1, 3, 2, 3), (1, 1, 2, 1)\},$$

$$B = \{(1, -1, 1, -1), (1, 2, 1, -1), (1, -3, 2, 3), (-1, 1, -2, 1)\},$$

$$C = \{(1, 1, 1, -1), (1, -2, 1, -1), (1, -3, 2, -3), (-1, 1, -2, -1)\},$$

$$D = \{(1, 2, 3, 4), (5, 6, 7, 8), (9, 10, 11, 12), (13, 14, 15, 16)\}.$$

4. 2.4.15(2) Presvedčte sa, že $((1, 1, 1), (1, -1, 1), (-1, 1, 1))$ je báza v \mathbb{R}^3 a vyrátajte súradnicovú trojicu vektora $(2, -4, 9) \in \mathbb{R}^3$ vzhľadom na túto bázu.
5. 2.4.15(5) Dokážte, že $((1, 1, 0), (2, 1, a), (1, 1, -1))$ je bázou vektorového priestoru \mathbb{R}^3 , nech by $a \in \mathbb{R}$ bolo akékoľvek.
6. 2.4.15(11) Nájdite bázu a dimenziu vektorového podpriestoru $P \subset (\mathbb{Z}_7)^4$, ak

$$P = [(1, 2, -3, 2), (2, 1, 4, -1), (1, 2, 1, 1), (1, 3, 5, -2), (1, 1, 1, 1)].$$