

**Prednáškové  lohy 11**

09.05.2019

1. Nájdite regulárnu lineárnu transformáciu premenných, ktorá kvadratickú formu troch premenných  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$  prevedie na tvar  $ay_1^2 + by_2^2 + cy_3^2$ , priĸom  $a, b, c$  sú z množiny  $\{0, 1, -1\}$ .
2. Nájdite kanonický tvar kvadratickej formy  $x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_1x_4 + x_2^2 + 2x_2x_3 - 4x_2x_4 + x_3^2 - 2x_4^2$  a regulárnu lineárnu transformáciu premenných, v tvare  $y_1 = \dots, y_2 = \dots, y_3 = \dots, y_4 = \dots$ , ktorá túto formu prevedie na kanonický tvar.
3. Dok azte,  e kvadratická forma  $ax^2 + 2bxy + cy^2$  premenných  $x, y$  je kladne definitná práve vtedy, keď  $a > 0$  a  $ac - b^2 > 0$ .
4. Nájdite všetky hodnoty parametra  $a \in \mathbb{R}$ , pre ktoré je kvadratická forma  $5x_1^2 + x_2^2 + ax_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$  kladne definitná.

**Bonusová  loha:**

Nech  $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  je kvadratická funkcia. Hovoríme, že vektor  $\vec{x}_0$  je *izotropný*, ak  $\varphi(\vec{x}_0) = 0$ . Dok azte, že ak existujú vektory  $\vec{a}, \vec{b}$  tak e,  e  $\varphi(\vec{a}) > 0$  a  $\varphi(\vec{b}) < 0$ , tak existuje báza priestoru  $\mathbb{R}^n$ , pozostávajúca z izotropných vektorov. Navrhnite postup konštrukcie takej bázy.