LAG2, LS 2022/23

T. Macko, S. Kalužný

Prednáškové úlohy 6

16.3.2023

1. Nájdite parametrické vyjadrenie roviny α, obsahujúcej body

$$A \equiv (-1,1,0,1,5), B \equiv (2,-1,3,4,0), C \equiv (1,2,7,6,1)$$

a zistite, či priamka p, prechádzajúca bodmi

$$D \equiv (2,1,-3,4,1), E \equiv (0,1,-3,3,1),$$

pretína rovinu α. Ak ju pretína, určte $\alpha \cap p$.

2. Napíšte parametrické aj všeobecné vyjadrenie

(a) roviny $\mathscr{A}$ v $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ určenej bodmi $A_0 = (1,2,-1,0)$, $A_1 = (1,1,2,1)$, $A_2 = (0,1,1,-1)$, $A_3 = (0,0,1,2)$;

(b) nadroviny $\mathscr{B}$ v $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ určenej bodmi A_0, A_1, A_2, A_3, kde A_0, A_1, A_2 sú ako v časti (a) a $A_3 = (0,0,1,2)$. Rozhodnite, či $B \in \mathscr{B}$, ak $B = (-1,1,-1,-3)$. Ak $B \notin \mathscr{B}$, môže byť $B \in \mathscr{A}$?

3. Určte vzájomnú polohu priamky p, prechádzajúcej bodmi $A \equiv (4,2,1,6)$, $B \equiv (0,4,5,4)$ a roviny α, prechádzajúcej bodmi $C \equiv (1,1,1,1)$, $D \equiv (3,0,1,1)$, $E \equiv (1,1,-1,2)$.

4. Napíšte parametrické aj všeobecné vyjadrenie

(a) roviny $\mathscr{A}$ v $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ určenej bodmi $A_0 = (1,2,-1,0)$, $A_1 = (1,1,2,1)$, $A_2 = (0,1,1,-1)$;

(b) nadroviny $\mathscr{B}$ v $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ určenej bodmi A_0, A_1, A_2, A_3, kde A_0, A_1, A_2 sú ako v časti (a) a $A_3 = (0,0,1,2)$. Rozhodnite, či $B \in \mathscr{B}$, ak $B = (-1,1,-1,-3)$. Ak $B \notin \mathscr{B}$, môže byť $B \in \mathscr{A}$?

5. V 5-rozmernom afinnom priestore určte vzájomnú polohu afinných podpriestorov

$$\alpha \equiv \begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_4 = -7 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_5 = -8 \end{cases}$$

a

$$\beta \equiv \begin{cases} x_1 = 1 + t_1 + t_2 \\ x_2 = 2 \qquad + t_2 \\ x_3 = 5 - t_1 + 3t_2 \\ x_4 = 3 + 2t_1 - t_2 \\ x_5 = 1 + 3t_1 - 2t_2, \quad t_1, t_2 \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

6. V 4-rozmernom afinnom priestore je daná priamka

$$p \equiv \begin{cases} x_1 = 1 + 2t \\ x_2 = 2 + 3t \\ x_3 = 3 + 4t \\ x_4 = 4 + 5t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

a rovina

$$\alpha \equiv \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ukážte, že p a α sa nepretínajú a napíšte rovnice dvoch rovnobežných nadrovín, z ktorých jedna obsahuje priamku p a druhá rovinu α.

Bonusová úloha:

Dané sú priamka $x_1 = 1 + t$, $x_2 = 2 + 2t$, $x_3 = 3 + 3t$, $x_4 = 4 + 4t$ ($t \in \mathbb{R}$) a rovina $x_1 + x_2 = -1$, $x_3 - x_4 = 1$. Ukážte, že táto priamka a rovina sa nepretínajú a napíšte analytické vyjadrenie podpriestoru minimálnej dimenzie, ktorý danou rovinou prechádza rovnobežne s danou priamkou.