LAG2, LS 2019

T. Macko, M. Sleziak

Prednáškové úlohy 7
04.04.2019

1. V $\mathscr{E}^4$ rovina α prechádza bodmi $A \equiv (1,1,1,1)$, $B \equiv (3,0,1,1)$, $C \equiv (1,1,-1,2)$ a priamka $\mathscr{P}$ prechádza bodmi $U \equiv (4,2,1,6)$ a $V \equiv (0,4,5,4)$. Určte vzájomnú polohu $\mathscr{P}$ a α a vzdialenosť medzi týmito afinnými podpriestormi.

2. Určte uhol, ktorý zviera priamka $p \equiv x_1 = 4+t$, $x_2 = -2t$, $x_3 = 1-t$, $x_4 = 2$, $t \in \mathbb{R}$, s priamkou $q \equiv x_1 = 3, x_2 = t, x_3 = 5+t, x_4 = -1$, $t \in \mathbb{R}$.

3. Nájdite dĺžky strán a vnútorné uhly trojuholníka ABC v $\mathscr{E}^4$, ak $A \equiv (-1,0,-1,2)$, $B \equiv (0,2,0,3)$ a $C \equiv (2,1,1,2)$.

4. Metódou najmenších štvorcov nájdite približné riešenie systému $A \cdot X = B$ kde
$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

5. Metódou najmenších štvorcov nájdite priamku, ktorá aproximuje dáta
$$(x_1, \dots, x_4) = (2,5,7,8) \quad (y_1, \dots, y_4) = (1,2,3,3).$$
(Značenie zodpovedá tomu z prednášky.)

6. Vyrátajte obsah trojuholníka ABC v $\mathscr{E}^3$, ak $A \equiv (1,0,-1)$, $B \equiv (2,1,1)$ a $C \equiv (-3,2,2)$.

Bonusová úloha:

Ukážte, že pre ľubovoľné $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ platí
$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}).$$
Použite tento vzťah na určenie vektora $\vec{x}$ zo sústavy rovníc $\langle \vec{a}_1, \vec{x} \rangle = \alpha$, $\vec{a}_2 \times \vec{x} = \vec{b}$, kde $\langle \vec{a}_1, \vec{a}_2 \rangle \neq 0$, $\langle \vec{a}_2, \vec{b} \rangle = 0$.