

Lineárna algebra

1-DAV-104/20

Leto 2024

8. cvičenia

1. Nájdite vlastné hodnoty a vlastné vektory matice A . (Pri hľadaní koreňov skúste dosadiť nejaké malé čísla.)

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 76 & 16 \\ -2 & -21 & -4 \\ 2 & 64 & 17 \end{pmatrix}$$

2. Dokážte, že pre $n \times n$ matice A, B platia nasledujúce vzťahy o stopách.

$$\operatorname{tr}(A + B) = \operatorname{tr}(A) + \operatorname{tr}(B); \quad \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

3. Nájdite inverzné matice pre A a B .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Pomocou inverznej matice vyriešte nasledujúci systém.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 7 & 5 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 9 & 4 \\ 0 & 0 & 11 & 5 \end{pmatrix} x^T = \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

5. Určite, ktoré z nasledujúcich príkladov sú grupy a ktoré nie sú grupy.

(a) komplexné čísla s násobením: (\mathbb{C}, \cdot) ;

(b) celé čísla so súčtom: $(\mathbb{Z}, +)$;

(c) nenulové celé čísla s násobením: $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$;

(d) $(\mathbb{R} \setminus \{1\}, *)$, kde $a * b = ab + a + b$;

(e) $SL(n, \mathbb{R}) = \{A \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) \mid \det(A) = 1\}$ a operácia je násobenie matíc.

6. Vynásobte nasledovné permutácie:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 3 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Nájdite inverz danej permutácie:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$