

1. (1.3.2) Pre systém

$$u + v + w = 2$$

$$u + 3v + 3w = 0$$

$$u + 3v + 5w = 2$$

postupnou elimináciou nájdite príslušný trojuholníkový systém a jeho riešenie.

2. (1.3.4) Použite eliminačnú metódu pre systém

$$u + v + w = -2$$

$$3u + 3v - w = 6$$

$$u - v + w = -1.$$

Ak sa počas eliminácie vyskytne nula na pozícii pivota, vymeňte príslušnú rovnicu s nasledujúcou a pokračujte v eliminácii ďalej. Aká hodnota koeficientu pri neznámej  $v$  v poslednej rovnici, namiesto súčasnej  $-1$ , by znemožnila pokračovať v eliminácii, a teda spôsobila zlyhanie eliminačného algoritmu?

3. (1.2.2) Riešte nesingulárny systém rovníc v trojuholníkovom tvare

$$u + v + w = b_1$$

$$v + w = b_2$$

$$w = b_3.$$

Ukážte, že nájdené riešenie udáva kombináciu stĺpcov, ktorá sa rovná stĺpcu na pravej strane.

4. (1.2.8) Zdôvodnite prečo je systém

$$u + v + w = 2$$

$$u + 2v + 3w = 1$$

$$v + 2w = 0$$

singulárny, nájdite lineárnu kombináciu týchto troch rovníc, ktorá sa vysčíta do rovnosti  $0 = 1$ . Akou hodnotou musíme nahradiť nulu v poslednom riadku na pravej strane, aby sústava mala riešenie? Ako vyzerá také riešenie?

5. (1.2.11) Sústava rovníc

$$ax + 2y = 0$$

$$2x + ay = 0$$

má vždy riešenie  $x = y = 0$ . Pre akú hodnotu parametra  $a$  máme celú priamku riešení?

6. (1.2.12) Načrtnite rovinu danú rovnicou  $x + y + z = 1$ , resp. jej časť v kladnom oktante  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ . Načrtnite rovinu danú rovnicou  $x + y + z = 2$  v tom istom obrázku. Ktorý vektor je kolmý na tieto roviny?

7. (1.2.5) Nájdite dva body na priamke, ktorá je prienikom nadrovin daných rovnicami  $t = 0$ ,  $z = 0$  a  $x + y + z + t = 1$  v štvorrozmernom priestore.