

1. (Artin, 6.6.3, str. 232) Nech ϕ a ψ sú permutácie. Ukážte, že $\phi\psi$ a $\psi\phi$ sa rozkladajú na cykly rovnakej dĺžky.
2. (Artin, 6.6.4, str. 232) a) Obsahuje symetrická grupa S_7 prvok rádu 5? Rádu 10? Rádu 15?
b) Aký je najvyšší možný rád prvku v S_7 ? V S_9 ?
3. (Artin, 6.6.7, str. 233) Je cyklická podgrupa H generovaná cyklom (12345) normálnou podgrupou S_n ?
4. (Artin, 6.6.16, str. 233) Ukážte, že symetrická grupa S_n je generovaná dvoma cyklami $(12 \dots n)$ a (12) .
- 5*. (Artin, 6.6.17+18+19, str. 233) a) Ukážte, že súčin dvoch cyklov $(ij)(kl)$ sa dá vždy zapísať ako súčin nejakých 3-cyklov. A to aj v prípade, keď sa niektoré z indexov rovnajú.
b) Ukážte, že alternujúca grupa A_n je generovaná trojcyklami pre $n \geq 3$.
c) Ukážte, že ak nejaká normálna (vlastná) podgrupa grupy S_n obsahuje 3-cyklus, potom to je A_n .
d) Ukážte, že A_n je jednoduchá pre všetky $n \geq 5$.