

## Algebra II. – Domáca úloha č. 5

K prednáške 15. marca 2021  
Termín odovzdania: 22. marec 2021

---

1. (Artin, 2.7.1, str. 74) Nech  $G$  a  $G'$  sú konečné grupy, ktorých rády sú nesúdeliteľné. Ukážte, že jediný homomorfizmus  $\phi : G \rightarrow G'$  je iba triviálny – t.j.  $\phi(x) = 1$  pre všetky  $x \in G$ .

2. (Artin, 2.10.7, str. 76) Nájdite všetky normálne podgrupy  $N$  grupy kvaternionov  $H = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}$  a pre každú z nich určite faktorovú grupu  $H/N$ .

3. (Artin, 2.M.3, str. 77) Ukážte, že grupa párneho rádu obsahuje prvok rádu 2.

4. (Artin, 2.M.10, str. 77) Nech  $H$  a  $K$  sú podgrupy grupy  $G$  a  $g \in G$ . Množina

$$HgK = \{x \in G : x = h g k \text{ pre nejaké } h \in H, k \in K\}$$

sa nazýva *dvojitá trieda (double coset)*.

- ukážte, že dvojité triedy tvoria rozklad grupy  $G$
- majú všetky dvojité triedy rovnaký počet prvkov?

5. (Artin, 5.9.2, str. 195) Nájdite grupu symetrií basketbalovej lopty, berúc do úvahy švy a symetrie meniace orientáciu.