

Algebra II. – Domáca úloha č. 7

K prednáške 29. marca 2021
Termín odovzdania: 6. apríl 2021

1. (Artin, 6.6.16, str. 233) Ukážte, že symetrická grupa S_n je generovaná dvoma cyklami $(12\dots n)$ a (12) .
2. (Artin, 6.1.1, str. 229) Definuje pravidlo $(g, x) \mapsto xg^{-1}$ akciu grupy G samej na sebe? T.j. akcia g na x je daná vynásobením inverzom g^{-1} sprava.
3. (Artin, 6.1.3, str. 229) Dokážte rovnosť $|G| = |Z| + \sum |C|$, kde sa sčíta cez konjugačné triedy obsahujúce viac ako jeden prvok a Z je centrum grupy G .
4. (Artin, 6.1.6, str. 229) Vylúčte čo najviac možností pre triednu rovnicu grupy rádu 10:
 $1+1+1+2+5, \quad 1+2+2+5, \quad 1+2+3+4, \quad 1+1+2+2+2+2$
Pre ktorú z nich viete nájsť reprezentanta?
- 5*. (Artin, 6.6.17+18+19, str. 233) a) Ukážte, že súčin dvoch cyklov $(ij)(kl)$ sa dá vždy zapísať ako súčin nejakých 3-cyklov. A to aj v prípade, keď sa niektoré z indexov rovnajú.
b) Ukážte, že alternujúca grupa A_n je generovaná trojcyklami pre $n \geq 3$.
c) Ukážte, že ak nejaká normálna (vlastná) podgrupa grupy S_n obsahuje 3-cyklus, potom to je A_n .
d) Ukážte, že A_n je jednoduchá pre všetky $n \geq 5$.