

Algebra II. – Domáca úloha č. 8

K prednáške 6. apríla 2021
Termín odovzdania: 12. apríl 2021

1. (Artin, 6.1.7, str. 229) Nech $F = \mathbb{Z}_5$. Určite veľkosť konjugačnej triedy 2×2 matice $A = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 2 \end{bmatrix}$ v $GL_2(\mathbb{F}_5)$.

Návod: Koľko prvkov má $GL_2(\mathbb{F}_5)$? Ktoré matice komutujú s A ?

2. (Artin, 6.2.1, str. 230) Nájdite prienik grúp symetrií dvanásťstena I a kocky O , keď sú vzájomne umiestnené tak, ako na obrázku 2.7. (Artin, 202).

3. Nájdite konjugačné triedy v alternujúcej grupe A_5 .

Návod: Poznáme konjugačné triedy symetrickej grupy S_5 a ich popis pomocou cyklov. Ktoré z nich budú aj konjugačnými triedami v A_5 , ktoré sa "rozpadnú", na koľko častí? Aký je rozdiel v "zmeně súradníc" v S_5 a A_5 ?

4. (Artin, 6.2.10, str. 230) Ukážte, že grupa rotačných symetrií štvorstena T je izomorfná A_4 a grupa rotačných symetrií osemstena O je izomorfná S_4 . Začnite s nájdením vhodných štvorprvkových množín, na ktorých majú I a O akciu.

5. (Artin, 6.1.12, str. 229) Nech N je normálna podgrupa grupy G a predpokladajme, že $|N| = 5$ a $|G|$ je nepárne. Ukážte, že N je podgrupou centra grupy G .