

1. (Artin, 2.M.3, str. 77) Ukážte, že grupa párneho rádu obsahuje prvok rádu 2.

2. (Artin, 2.M.10, str. 77) Nech H a K sú podgrupy grupy G a $g \in G$. Množina

$$HgK = \{x \in G : x = h g k \text{ pre nejaké } h \in H, k \in K\}$$

sa nazýva *dvojitá trieda (double coset)*.

a) ukážte, že dvojité triedy tvoria rozklad grupy G

b) majú všetky dvojité triedy rovnaký počet prvkov?

3. (Artin, 5.9.2, str. 195) Nájdite grupu symetrií basketbalovej lopty, berúc do úvahy švy a symetrie meniace orientáciu.

4. (Artin, 5.9.3, str. 195) Nech O je grupa rotačných symetrií kocky (t.j. zachováva sa jej orientácia). Určite stabilizátor (neorientovanej) hlavnej diagonály spájajúcej protiľahlé vrcholy.

5. (Artin, 5.9.7, str. 195) Zdôvodnite prečo sú grupy symetrií kocky a osemstena (resp. dvanáststena a dvadsaťstena) rovnaké.

6. (Artin, 6.6.3, str. 232) Nech ϕ a ψ sú permutácie. Ukážte, že $\phi\psi$ a $\psi\phi$ sa rozkladajú na cykly rovnakej dĺžky.

7. (Artin, 6.6.4, str. 232) a) Obsahuje symetrická grupa S_7 prvok rádu 5? Rádu 10? Rádu 15?

b) Aký je najvyšší možný rád prvku v S_7 ? V S_9 ?

8. (Artin, 6.6.7, str. 233) Je cyklická podgrupa H generovaná cyklom (12345) normálnou podgrupou S_n ?