

Algebra II. – Domáca úloha č. 6

K prednáške 15. mája 2025
Termín odovzdania: 22. máj 2025

1. (Artin, 6.2.10, str. 230) Ukážte, že grupa rotačných symetrií štvorstena T je izomorfná A_4 a grupa rotačných symetrií osemstena O je izomorfná S_4 . Začnite s nájdením vhodných štvorprvkových množín, na ktorých majú I a O akciu.

2. (Artin, 6.1.12, str. 229) Nech N je normálna podgrupa grupy G a predpokladajme, že $|N| = 5$ a $|G|$ je nepárne. Ukážte, že N je podgrupou centra grupy G .

3. (Artin, 10.1.2, str. 379) Explicitne popíšte najmenší podokruh komplexných čísel, ktorý obsahuje $\sqrt[3]{2}$.

4. (Artin, 10.1.3, str. 379) Nech $\alpha = \frac{1}{2}i$. Ukážte, že prvky $\mathbb{Z}[\alpha]$ tvoria hustú podmnožinu komplexnej roviny.

5. (Artin, 10.3.7, str. 381) Ukážte, že každý neprázdny ideál v okruhu Gaussovských celých čísel obsahuje nejaké nenulové celé číslo $n \in \mathbb{N}$.

6. (Artin, 10.3.9, str. 381) Opíšte jadro homomorfizmu $\mathbb{Z}[x] \rightarrow \mathbb{R}$ daného predpisom $p(x) \mapsto p(1+\sqrt{2})$.

7. (Artin, 10.3.20, str. 381) Nájdite všetky automorfizmy okruhu $\mathbb{Z}[x]$.