Cvičenia z lineárnej algebry a geometrie II. – úlohy č. 6

Cvičenia v týždni 22. marca 2010 - Vzdialenosti a uhly medzi afinnými podpriestormi

---

1. Nájdite vzdialenosť bodu $X = (4, -1, 3, 7)$ od afinného priestoru zadaného rovnicami:

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_4 = -5, \qquad 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 3, \qquad x_1 - x_2 + x_4 = -3.$$

2. Nájdite vzdialenosť medzi afinnými priestormi:

$$\alpha = (1, 2, 2, 2)s + (2, -2, 1, 2)t + (4, 5, 3, 2),$$
$$\beta = (2, 0, 2, 1)p + (1, -2, 0, -1)r + (1, -2, 1, -3).$$

3. Aký uhol zviera vektor $x = (2, 2, 1, 1)$ s podpriestorom generovaným vektormi $a_1 = (3, 4, -4, -1)$ a $a_2 = (0, 1, -1, 2)$.

4. Nájdite uhol, ktorý zviera hlavná diagonála n-rozmernej kocky s jej k-rozmernou hranou/stenou.

Dodatočné úlohy

5. Nájdite uhol medzi afinnými priestormi:

$$\alpha = (1, 0, 0, 0)s + (0, 1, 0, 0)t + (3, 1, 0, 1),$$
$$\beta = (1, 1, 1, 1)p + (1, -1, 1, -1)r + (2, 1, 1, 3).$$

6. Body $A_0 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $A_1 = (0, 1, 0, 0, 0)$, $A_2 = (0, 0, 1, 0, 0)$, $A_3 = (0, 0, 0, 1, 0)$, $A_4 = (0, 0, 0, 0, 1)$ v $\mathbb{R}^5$ tvoria tzv. *štvorrozmerný simplex* (štvorrozmerná obdoba rovnostranného trojuholníka, či pravidelného štvorstena). Nájdite uhol medzi jeho dvojrozmernými stenami $A_0A_1A_2$ as $A_0A_3A_4$.

7. Ukážte, že vzdialenosť medzi dvoma afinnými priestormi $P_1 = A_1 + V_1$ a $P_2 = A_2 + V_2$ sa rovná dĺžke ortogonálnej projekcie vektora A_1A_2 do priestoru $V^{\perp}$, kde $V = V_1 + V_2$.

8. Ukážte, že dva afinné priestory $P_1 = A_1 + V_1$ a $P_2 = A_2 + V_2$ sa pretínajú práve vtedy, keď vektor A_1A_2 patrí do priestoru $V = V_1 + V_2$.