

Cvičenia z lineárnej algebry a geometrie II. – úlohy č. 9

Cvičenia v týždni 19. apríla 2009 - Vlastné hodnoty a vektory

---

Úlohy z predchádzajúceho týždňa, plus nasledujúce:

1. *Pravda/Nepravda.* Zdôvodnite, resp. nájdite protipríklad:
  - a) Ak  $A$  je symetrická matica, potom  $A + iI$  je invertibilná.
  - b) Ak  $Q$  je ortogonálna matica, potom  $Q + \frac{1}{2}I$  je invertibilná.
  - c) Ak  $A$  má reálne zložky, potom  $A + iI$  je invertibilná.
  - d) Existuje matica  $A$  taká, že matice typu  $A + cI$  sú invertibilné pre všetky komplexné čísla  $c$ .
  - e) Existuje reálna matica  $A$  taká, že  $A + rI$  bude invertibilná pre všetky reálne  $r$ .

2. Napíšte maticu  $\bar{A}^T$  a spočítajte  $C = \bar{A}^T A$  ak

$$A = \begin{bmatrix} 1 & i & 0 \\ i & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Aký je vzťah medzi  $C$  a  $\bar{C}^T$ ? Platí niečo podobné pre každú maticu  $C$ , ktorá sa dá zapísať ako  $\bar{A}^T A$ ?

3. a) Ako súvisí determinant matice  $\bar{A}^T$  s determinantom matice  $A$ ?  
b) Dokážte, že determinant ľubovoľnej hermitovskej matice ( $\bar{A}^T = A$ ) je reálne číslo.