

## Cvičenia z lineárnej algebry a geometrie II. – úlohy č. 6

Cvičenia v týždni 21. marca 2011 - Vzdialenosti a uhly medzi afinnými podpriestormi

---

1. Nájdite vzdialenosť bodu  $X = (4, -1, 3, 7)$  od afinného priestoru zadaného rovnicami:

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_4 = -5, \quad 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 3, \quad x_1 - x_2 + x_4 = -3.$$

2. Nájdite vzdialenosť medzi afinnými priestormi:

$$\begin{aligned}\alpha &= (1, 2, 2, 2)s + (2, -2, 1, 2)t + (4, 5, 3, 2), \\ \beta &= (2, 0, 2, 1)p + (1, -2, 0, -1)r + (1, -2, 1, -3).\end{aligned}$$

3. Aký uhol zvierá vektor  $x = (2, 2, 1, 1)$  s podpriestorom generovaným vektormi  $a_1 = (3, 4, -4, -1)$  a  $a_2 = (0, 1, -1, 2)$ .

4. Nájdite uhol, ktorý zvierá hlavná diagonála  $n$ -rozmernej kocky s jej  $k$ -rozmernou hranou/stenou.

### Dodatočné úlohy

5. Nájdite uhol medzi afinnými priestormi:

$$\begin{aligned}\alpha &= (1, 0, 0, 0)s + (0, 1, 0, 0)t + (3, 1, 0, 1), \\ \beta &= (1, 1, 1, 1)p + (1, -1, 1, -1)r + (2, 1, 1, 3).\end{aligned}$$

6. Body  $A_0 = (1, 0, 0, 0, 0)$ ,  $A_1 = (0, 1, 0, 0, 0)$ ,  $A_2 = (0, 0, 1, 0, 0)$ ,  $A_3 = (0, 0, 0, 1, 0)$ ,  $A_4 = (0, 0, 0, 0, 1)$  v  $\mathbb{R}^5$  tvoria tzv. *štvorrozmerný simplex* (štvorrozmerná obdoba rovnostranného trojuholníka, či pravidelného štvorstena). Nájdite uhol medzi jeho dvojrozmernými stenami  $A_0A_1A_2$  a  $A_0A_3A_4$ .

7. Ukážte, že vzdialenosť medzi dvoma afinnými priestormi  $P_1 = A_1 + V_1$  a  $P_2 = A_2 + V_2$  sa rovná dĺžke ortogonálnej projekcie vektora  $A_1A_2$  do priestoru  $V^\perp$ , kde  $V = V_1 + V_2$ .

8. Ukážte, že dva afinné priestory  $P_1 = A_1 + V_1$  a  $P_2 = A_2 + V_2$  sa pretínajú práve vtedy, keď vektor  $A_1A_2$  patrí do priestoru  $V = V_1 + V_2$ .