

1. Pre maticu

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

a) nájdite dimenzie a bázy priestoru riešení homogénneho systému $Ax^T = 0$ (označme N) a priestoru generovaného jej stĺpcami (označme S),

b) nájdite rovnicu/e, ktorú/é musia spĺňať zložky vektora $b^T \in S$,

c) pre (každé) $b^T \in S$ nájdite všeobecné riešenie systému $Ax^T = b^T$. Existuje riešenie pre každé $b^T \in S$? Existuje riešenie pre $b^T \notin S$? Prečo?

2. Nech V je podpriestor \mathbb{R}^5 generovaný vektormi $(1, 1, 1, 1, 1)$, $(0, 1, 2, 3, 4)$, $(4, 3, 2, 1, 0)$. Nech U je priestor riešení rovnice $Ax^T = 0$ pre maticu

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) Nájdite bázu a dimenziu V^\perp .

b) Nájdite bázu a dimenziu $V \cap U$.

c) Nájdite bázu a dimenziu $V^\perp + U$.

3. Nech L_1 a L_2 sú podpriestory \mathbb{R}^4 dané ako:

$$L_1 = [(1, 2, 0, 1), (2, 1, 1, 1)], \quad L_2 = [(1, 1, 1, 1), (1, 3, 1, 2)].$$

a) Nájdite bázy podpriestorov L_1^\perp a L_2^\perp . Ako by sa našli ortonormálne bázy L_1^\perp , L_2^\perp ?

b) Nájdite dimenziu a bázu prieniku $L_3 = L_1 \cap L_2$.

4. Predpokladajme, že A je matica typu 4×3 a úplné riešenie systému $Ax^T = (1, 1, 1, 1)^T$ je $x = (0, 1, 1) + c(0, 1, -1)$.

a) Aká je hodnota matice A ? Aké sú dimenzie priestorov generované jej riadkami, resp. stĺpcami? Dimenzie jadier zobrazení daných A a A^T ?

b) Ako vyzerá priestor riešení homogénneho systému $Ax^T = 0$?

c) Aký je druhý stĺpec matice A ? Aký je tretí stĺpec matice A ?

d) Čo všetko sa dá povedať o prvom stĺpci matice A ?

5. a) Rozhodnite pre aké parametre a, b je nasledujúca matica regulárna

$$A = \begin{bmatrix} b & a & a & b \\ a & b & a & b \\ a & a & b & b \\ b & b & b & b \end{bmatrix}.$$

b) Pre regulárnu A nájdite k nej inverznú A^{-1} .