

1. Ukážte a zdôvodnite prečo analytické vyjadrenie nadroviny prechádzajúcej cez body $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, $B = (b_1, b_2, b_3, b_4)$, $C = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ a $D = (d_1, d_2, d_3, d_4)$ sa bude dať napísať ako

$$\det \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 1 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 1 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & 1 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & 1 \end{bmatrix} = 0.$$

Ako by sme mali postupovať, keby sme chceli nájsť analytické vyjadrenie roviny \overline{ABC} pomocou determinantov?

2. Nájdite vzdialenosť bodu $X = (4, -1, 3, 7)$ od afinného priestoru zadaného rovnicami:

$$3x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 = -5, \quad 1x_1 + 3x_2 + 1x_3 + x_4 = 3, \quad 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 3x_4 = -3.$$

3. Ukážte, že vzdialenosť medzi dvoma afinnými priestormi $P_1 = A_1 + V_1$ a $P_2 = A_2 + V_2$ sa rovná dĺžke ortogonálnej projekcie vektora A_1A_2 do priestoru V^\perp , kde $V = V_1 + V_2$.

Dodatočné úlohy

4. Nájdite vzdialenosť medzi afinnými priestormi:

$$\begin{aligned} \alpha &= (4, 5, 3, 2) + s(1, 2, 2, 2) + t(2, -2, 1, 2), \\ \beta &= (1, -2, 1, -3) + p(2, 0, 2, 1) + r(1, -2, 0, -1). \end{aligned}$$

5. V afínom priestore sú dané štyri rôzne body A, B, C, D . Body K, L, M, N delia úsečky AB, BC, CD a DA v rovnakých pomeroch $\frac{m}{n} \neq -1$. Dokážte, že

- ak je $ABCD$ rovnobežník, potom je aj $LKMN$ rovnobežník.
- ak je $KLMN$ rovnobežník a $M \neq N$, potom je aj $ABCD$ rovnobežník.

6. Pre trojrozmerný afinný priestor $\mathcal{A}_3 = (\mathbb{Z}_2^3, \mathbb{Z}_2^3)$ nad poľom $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$ nájdite

- počet jeho bodov,
- počet všetkých priamok,
- počet všetkých rovín,
- počet bodov ležiacich na jednej priamke,
- počet priamok prechádzajúcich jedným bodom,
- počet bodov ležiacich v jednej rovine,
- počet rovín prechádzajúcich jedným bodom,
- počet priamok ležiacich v jednej rovine,
- počet rovín obsahujúcich danú priamku,
- počet priamok rovnobežných s danou priamkou,
- počet rovín rovnobežných s danou rovinou,
- počet priamok rovnobežných s danou rovinou,
- počet rovín rovnobežných s danou priamkou.