

1. Ukážte a zdôvodnite prečo analytické vyjadrenie nadroviny prechádzajúcej cez body  $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ,  $B = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ ,  $C = (c_1, c_2, c_3, c_4)$  a  $D = (d_1, d_2, d_3, d_4)$  sa bude dať napísať ako

$$\det \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 1 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 1 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & 1 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & 1 \end{bmatrix} = 0.$$

Ako by sme mali postupovať, keby sme chceli nájsť analytické vyjadrenie roviny  $\overline{ABC}$  pomocou determinantov?

2. Nájdite vzdialenosť bodu  $X = (4, -1, 3, 7)$  od afinného priestoru zadaného rovnicami:

$$3x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 = -5, \quad 1x_1 + 3x_2 + 1x_3 + x_4 = 3, \quad 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 3x_4 = -3.$$

3. Ukážte, že vzdialenosť medzi dvoma afinnými priestormi  $P_1 = A_1 + V_1$  a  $P_2 = A_2 + V_2$  sa rovná dĺžke ortogonálnej projekcie vektora  $A_1A_2$  do priestoru  $V^\perp$ , kde  $V = V_1 + V_2$ .

#### Dodatočné úlohy

4. Nájdite vzdialenosť medzi afinnými priestormi:

$$\begin{aligned} \alpha &= (4, 5, 3, 2) + s(1, 2, 2, 2) + t(2, -2, 1, 2), \\ \beta &= (1, -2, 1, -3) + p(2, 0, 2, 1) + r(1, -2, 0, -1). \end{aligned}$$

5. V afinom priestore sú dané štyri rôzne body  $A, B, C, D$ . Body  $K, L, M, N$  delia úsečky  $AB, BC, CD$  a  $DA$  v rovnakých pomeroch  $\frac{m}{n} \neq -1$ . Dokážte, že

- ak je  $ABCD$  rovnobežník, potom je aj  $LKMN$  rovnobežník.
- ak je  $KLMN$  rovnobežník a  $M \neq N$ , potom je aj  $ABCD$  rovnobežník.

6. Pre trojrozmerný afinný priestor  $\mathcal{A}_3 = (\mathbb{Z}_2^3, \mathbb{Z}_2^3)$  nad poľom  $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$  nájdite

- počet jeho bodov,
- počet všetkých priamok,
- počet všetkých rovín,
- počet bodov ležiacich na jednej priamke,
- počet priamok prechádzajúcich jedným bodom,
- počet bodov ležiacich v jednej rovine,
- počet rovín prechádzajúcich jedným bodom,
- počet priamok ležiacich v jednej rovine,
- počet rovín obsahujúcich danú priamku,
- počet priamok rovnobežných s danou priamkou,
- počet rovín rovnobežných s danou rovinou,
- počet priamok rovnobežných s danou rovinou,
- počet rovín rovnobežných s danou priamkou.