

Kombinatorika – Domáca úloha č. 1

Termín odovzdania 4. októbra 2023

1. Kocka syru veľkosti $3 \times 3 \times 3$ je rozdelená na 27 menších kociek veľkosti $1 \times 1 \times 1$. Ak sa Mikimyska začne prehryzať kockou v niektorom z rohov a vždy sa pustí do susednej nezjedenej kocky, môže zjesť všetkých 27 kociek a nakoniec skončiť v strede veľkej kocky?

2. Na šachovnici 8×8 sú vyrezané dva rohy ležiace na diagonále A1 – H8. Je možné túto šachovnicu pokryť dominom tak, aby každé domino pokrývalo presne dve susedné polia a dominá sa navzájom neprekrývali?

Pomôcka: Akej farby sú políčka pokryté jednou kockou domina?

3. Dokážte, že pre každé dve nesúdeliteľné celé čísla $a, b \geq 1$ existujú celé čísla u, v s vlastnosťou $ua + vb = 1$

Pomôcka: Uvažujte zvyšky čísel $b, 2b, \dots, (a - 1)b$ po delení číslom a .