

Kombinatorika – Domáca úloha č. 7

Termín odovzdania 6. decembra 2023

1. Na policičke je 12 (rôznych) kníh. Koľkými spôsobmi môžeme vybrať 5 z nich? A koľkými tak, aby žiadne dve z nášho výberu nestáli pôvodne vedľa seba?

2. Letná škola matematikov má 15 účastníkov. Každý deň sú práve traja z nich zamestnaní špeciálnou spoločnou aktivitou (príprava pomôcok, príkladov, hier a pod.). Po skončení letnej školy vysvitlo, že každá dvojica účastníkov spolupracovala na špeciálnej aktivite práve jedenkrát. Koľko dní trvala letná škola?

3. Kombinatorickou úvahou dokážte, že pre celé čísla $k, n \geq 1$ platí

$$(n-1)(1+n+n^2+\dots+n^{k-1})=n^k-1.$$

Návod: dvoma spôsobmi určte počet slov dĺžky k zložených zo znakov abecedy $\{1, \dots, n\}$, v ktorých je aspoň jedna pozícia rôzna od n .