

Lineárna algebra a geometria I. – prednáškové úlohy č. 0

Cvičenia 24. septembra 2015 - Komplexné čísla, sústavy rovníc a pod.

1. Ako sa definuje absolútна hodnota $|x|$ reálneho (resp. komplexného) čísla x ? Dokážte, že ak a a b sú komplexné čísla, tak $|a+b|^2 + |a-b|^2 = 2(|a|^2 + |b|^2)$.

2. Ktoré reálne (a komplexné) čísla splňajú podmienku $|x-2| \leq 5$?

3. Nájdite všetky reálne (a komplexné) riešenia rovníc:

- a) $|x-2| + |x+2| = 4$,
- b) $|x-2| + |x+2| = 6$,
- c) $|x-2| + |x+2| = 2$.

4. Rozhodnite, či je nasledujúce tvrdenie pravdivé: " $x^2 - 3x + 43$ je prvočíslo pre každé $x \in \mathbb{N}$ ".

5. Zjednodušte výrazy:

- a) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$,
- b) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$,

6. Rozhodnite, či sa priamka v rovine daná rovnicou $2x - 5y = -2$ pretína s priamkou, ktorej rovica je $2x + 3y = 4$.

7. Riešte sústavu lineárnych rovníc

$$x + y + z = 0$$

$$x + y + 2z = 0$$

$$2x + y + z = 1$$

8. Dokážte, že $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ a $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ sú iracionálne čísla.