Lineárna algebra a geometria I. – prednáškové úlohy č. 7 a č. 8

Cvičenia 21. októbra 2015 - Vektorové priestory, Podpriestory

---

1. 2.1.18(2) Dokážte, že $\mathbb{C}$ (so zvyčajným sčitovaním komplexných čísel a so zvyčajným násobením komplexných čísel reálnymi) je vektorový priestor nad $\mathbb{R}$ a tiež to, že $\mathbb{C} = [1, i]$.

2. 2.1.18(3) Je vektorovým podpriestorom v $\mathbb{R}^n$ ($n \geq 1$) množina takých usporiadaných n-tíc $(x_1, \ldots, x_n)$, že všetky $x_1, \ldots, x_n$ sú celé čísla?

3. 2.1.18(4) Nech R je pole. Dokážte, že $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in R^4 \mid x_2 = x_4 = 0\}$ je vektorový podpriestor priestoru R^4.

4. 2.1.18(9) Nech $V_1, \ldots, V_k$ sú vektorové priestory nad poľom R (nemusia byť rôzne). Dokážte, že sčitovanie po zložkách a násobenie prvkov z $V_1 \times \cdots \times V_k$ prvkami z R po zložkách urobia z $V_1 \times \cdots \times V_k$ vektorový priestor nad R (hovorí sa o ňom ako o súčine priestorov $V_1, \ldots, V_k$

5. 2.1.18(13) Zistite, ktoré z nasledujúcich podmnožín v $\mathbb{R}^3$ sú vektorové podpriestory.

$$A = \{(-1, 2, 3)\},$$
$$B = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 1\},$$
$$C = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 0\},$$
$$D = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0\},$$
$$E = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = x_2 = x_3\}.$$

6. 2.1.18(11) V $(\mathbb{Z}_7)^4$ nájdite lineárnu kombináciu $-2\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 - 2^{-1}\vec{a}_3$, ak

$$\vec{a}_1 = (1, 2, 2 \cdot 3^{-1}, -4), \qquad \vec{a}_2 = (3, 3, -1, 2), \qquad \vec{a}_3 = (5, -2, 4, 1).$$

7. 2.1.18(14) Ako sa zmení riešenie úlohy č. 5 (2.1.18(13)), ak pole $\mathbb{R}$ nahradíme $\mathbb{Z}_5$?