

1. Nech  $A = \{a, b, c\}$  a  $B = \{x, y\}$ . Nájdite nasledujúce zobrazenia (ak existujú):
    - a) všetky injektívne z  $A$  do  $B$ , a všetky injektívne z  $B$  do  $A$ .
    - b) všetky surjektívne z  $A$  do  $B$ , a všetky surjektívne z  $B$  do  $A$ .
    - c) všetky bijektívne z  $A$  do  $B$ , a všetky bijektívne z  $B$  do  $A$ .
  2. Na množine prirodzených čísel  $\mathbb{N}$  definujeme reláciu  $R$  ako:  $aRb$  práve vtedy, ak  $a$  delí  $b$  alebo  $b$  delí  $a$ . Je  $R$  reláciou ekvivalencie?
  3. Nájdite reláciu, ktorá je symetrická a tranzitívna, ale nie je reflexívna. Alebo ukážte, že taká relácia neexistuje.
  4. Vyplýva z toho, že zložené zobrazenie  $f \circ g$  je injektívne aj injektivita  $f$ ? Ako to je s injektivitou  $g$ ? Čo sa stane ak nahradíme v predchádzajúcich otázkach „injektívnosť“ pojmom „surjektívnosť“?
  5. Nech  $A$  je konečná množina. Dokážte:
    - a) Ak  $f : A \rightarrow A$  je injektívne, tak je aj surjektívne.
    - b) Ak  $f : A \rightarrow A$  je surjektívne, tak je aj injektívne.Platia takéto tvrdenia aj pre nekonečnú množinu (napr.  $\mathbb{N}$ )?
  6. Nech  $f : A \rightarrow B$  je zobrazenie. Dokážte, že pre ľubovoľné  $X, Y \subseteq A$  platí:
$$f(X \cup Y) = f(X) \cup f(Y),$$
$$f(X \cap Y) \subseteq f(X) \cap f(Y).$$

( $f(X)$  označuje množinu  $\{y \in B; (\exists x \in X) y = f(x)\}$ , ktorú možno zapísať aj ako  $\{f(x); x \in X\}$ )  
Nájdite zobrazenie  $f$  a množiny  $X, Y$  tak, aby v poslednej inklúzii neplatila rovnosť.
  7. Pre množiny  $A, B$  dokážte:  $(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset \Leftrightarrow A = B$ .
  8. Nájdite bijekciu medzi intervalmi:  $(0, 1)$ ,  $(0, \infty)$ .
- Bonusové príklady**
9. Nájdite bijekciu medzi intervalmi:  $(0, 1)$ ,  $(0, 1)$ .
  10. Nájdite injektívne zobrazenie z  $\mathbb{R}^2$  do  $\mathbb{R}$ .