

Hovoríme, že relácia R je:

reflexívna ak $(\forall x) [x, x] \in R$,

antireflexívna ak $(\forall x) [x, x] \notin R$,

symetrická ak $[x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$,

asymetrická ak $[x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$,

antisymetrická ak $([x, y] \in R \wedge [y, x] \in R) \Rightarrow x = y$,

tranzitívna ak $([x, y] \in R \wedge [y, z] \in R) \Rightarrow [x, z] \in R$,

má vlastnosť *dichotómie* ak $(\forall x, y) [x, y] \in R \vee [y, x] \in R$.

Zistite, ktoré z vlastností majú nasledujúce relácie:

1. Relácia R na \mathbb{Z} definovaná $xRy \Leftrightarrow 3|(x - y)$.
2. Relácia R na \mathbb{Z} definovaná $xRy \Leftrightarrow x^2 = y^2$.
3. Relácia R na \mathbb{C} definovaná $xRy \Leftrightarrow \operatorname{Re} x = \operatorname{Im} y$.
4. Relácia R na \mathbb{Q} definovaná $xRy \Leftrightarrow x - y \notin \mathbb{Z}$.
5. Relácia R na $\mathcal{P}(Y)$ definovaná $ARB \Leftrightarrow a \in A \cap B$, kde a je fixovaný prvok množiny Y .
6. Pre množiny A, B, C dokážte: $A - B \subseteq C \Leftrightarrow A - C \subseteq B$.
7. Nájdite bijekciu medzi $\langle 0, 1 \rangle$ a $\{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x^2 + y^2 = 1\}$.
8. Koľko podmnožín množiny $\{1, 2, 3, 4\}$ má párny počet prvkov? Na základe odpovede nájdite a dokážte formulu pre počet podmnožín množiny $\{1, 2, \dots, n\}$, ktoré majú párny počet prvkov.
9. Nech $f : A \rightarrow B$ je zobrazenie. Dokážte, že pre ľubovoľné $U, V \subseteq B$ platí:

$$f^{-1}(U \cup V) = f^{-1}(U) \cup f^{-1}(V),$$

$$f^{-1}(U \cap V) = f^{-1}(U) \cap f^{-1}(V).$$
 Kde $f^{-1}(Y)$ je množina $\{x \in A; f(x) \in Y\}$.
10. Dokážte, že ak existuje v čiastočne usporiadanej množine najväčší prvok, tak je jediným maximálnym prvkom.
11. Nech (X, R) je dobre usporiadaná množina. Nájdite nutnú a postačujúcu podmienku aby aj (X, \overline{R}) bola dobre usporiadaná množina.
12. Nájdite čiastočne usporiadanú množinu, ktorá má práve jeden maximálny prvok a nemá najväčší prvok.
13. Dokážte, že v lineárne usporiadanej množine je minimálny prvok aj najmenší.