

Zopakujme si axiomy výrokovej logiky a tri formuly dokázané na prednáške:

- (A1)  $\vdash A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
- (A2)  $\vdash (A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$
- (A3)  $\vdash (\neg B \Rightarrow \neg A) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
- (V0)  $\vdash A \Rightarrow A$
- (V1)  $\vdash \neg A \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
- (V2)  $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$

Dokážte platnosť nasledujúcich formúl (okrem axióm a pravidla modus ponens môžete použiť aj vetu o dedukcii a formuly dokázané na prednáške, resp. v domácej úlohe):

1. (V2')  $\vdash B \Rightarrow \neg\neg B$ .
2. (V4)  $\vdash A \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$ .
3. (V3)  $\vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ . Pomôcka: ukážte  $A \Rightarrow B, \neg\neg A \vdash \neg\neg B$  pomocou (V2) a (V2').
4.  $(\neg B \Rightarrow A) \vdash (\neg A \Rightarrow B)$ .
5. (V7)  $\vdash \neg A \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg(A \vee B))$ . Pomôcka: použite definíciu  $A \vee B := \neg A \Rightarrow B$ , ukážte  $\neg A \vdash (\neg A \Rightarrow B) \Rightarrow B$  a použite (V3).
6. (V8)  $\vdash A \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg(A \Rightarrow B))$ .

**Bonusové príklady**

7.  $\vdash (\neg B \Rightarrow \neg A) \Rightarrow ((\neg B \Rightarrow A) \Rightarrow B)$ .
8.  $\vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow ((\neg A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$ .