Diskrétna matematika I. – Domáca úloha č. 6

Cvičenia v týždni 2. novembra 2009

Hovoríme, že:
A je *podmnožinou* B ($A \subseteq B$) ak $(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$.
A je *prázdna množina* ak neobsahuje žiaden prvok. Značíme ju $\emptyset$.
C je *zjednotením* A a B ($C = A \cup B$) ak $(\forall z)(z \in C \Leftrightarrow (z \in A \vee z \in B))$.
D je *prienikom* A a B ($C = A \cap B$) ak $(\forall z)(z \in D \Leftrightarrow (z \in A \wedge z \in B))$.
E je *kartézskym súčinom* A a B ($C = A \times B$) ak $(\forall z)(z \in E \Leftrightarrow (\exists x \in A)(\exists y \in B)(z = [x, y]))$, kde $[x, y]$ je tzv. *usporiadaná dvojica* prvkov x a y.
F je *množinovým rozdielom* A a B ($C = A - B$) ak $(\forall z)(z \in F \Leftrightarrow (z \in A \wedge z \notin B))$.
$\mathcal{P}(A)$ je *potenčnou množinou* množiny A ak $(\forall z)(z \in \mathcal{P}(A) \Leftrightarrow z \subseteq A)$.

1. Ukážte, že $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

2. Nájdite prvky množiny $A \times B$ ak $A = \{a, b, c\}$ a $B = \{x, y\}$.

3. Zistite či $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$. Ak áno, dokážte, ak nie, nájdite protipríklad.

4. Pre nasledujúce dvojice množín rozhodnite či $B \subset A$:
a) $A = \{\{a, b\}, \{c, d\}, c, d\}$, $\quad B = \{\{a, b\}, c\}$
b) $A = \{\{a, b\}, \{a\}, b, \emptyset\}$, $\quad B = \{\{a\}, b, \{\emptyset\}\}$
c) $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$, $\quad B = \{x \in \mathbb{Z} : x > 0\}$

5. Nájdite potenčnú množinu $\mathcal{P}(A)$ pre $A = \{a, b, c\}$.

6. Ukážte, že $A \cup \emptyset = A$.

7. Pre aké množiny A, B platí $A \cap (B - A) = \emptyset$?

8. Ako vyzerá množina $A \times \emptyset$?

9. Predpokladajme, že $A \subset B$. Ukážte, že potom platí $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$.