

## Diskrétna matematika I. – Domáca úloha č. 6

Cvičenia v týždni 1. novembra 2010 (resp. 8. novembra 2010)

---

Hovoríme, že:

$A$  je *podmnožinou*  $B$  ( $A \subseteq B$ ) ak  $(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$ .

$A$  je *prázdna množina* ak neobsahuje žiaden prvok. Značíme ju  $\emptyset$ .

$C$  je *zjednotením*  $A$  a  $B$  ( $C = A \cup B$ ) ak  $(\forall z)(z \in C \Leftrightarrow (z \in A \vee z \in B))$ .

$D$  je *prienikom*  $A$  a  $B$  ( $C = A \cap B$ ) ak  $(\forall z)(z \in D \Leftrightarrow (z \in A \wedge z \in B))$ .

$E$  je *kartézskym súčinom*  $A$  a  $B$  ( $C = A \times B$ ) ak  $(\forall z)(z \in E \Leftrightarrow (\exists x \in A)(\exists y \in B)(z = [x, y]))$ , kde  $[x, y]$  je tzv. *usporiadaná dvojica* prvkov  $x$  a  $y$ .

$F$  je *množinovým rozdielom*  $A$  a  $B$  ( $C = A - B$ ) ak  $(\forall z)(z \in F \Leftrightarrow (z \in A \wedge z \notin B))$ .

$\mathcal{P}(A)$  je *potenčnou množinou* množiny  $A$  ak  $(\forall z)(z \in \mathcal{P}(A) \Leftrightarrow z \subseteq A)$ .

1. Ukážte, že  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .
2. Nájdite prvky množiny  $A \times B$  ak  $A = \{a, b, c\}$  a  $B = \{x, y\}$ .
3. Zistite či  $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$ . Ak áno, dokážte, ak nie, nájdite protipríklad.
4. Pre nasledujúce dvojice množín rozhodnite či  $B \subset A$ :
  - a)  $A = \{\{a, b\}, \{c, d\}, c, d\}$ ,  $B = \{\{a, b\}, c\}$
  - b)  $A = \{\{a, b\}, \{a\}, b, \emptyset\}$ ,  $B = \{\{a\}, b, \{\emptyset\}\}$
  - c)  $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} : x > 0\}$
5. Nájdite potenčnú množinu  $\mathcal{P}(A)$  pre  $A = \{a, b, c\}$ .
6. Ukážte, že  $A \cup \emptyset = A$ .
7. Pre aké množiny  $A, B$  platí  $A \cap (B - A) = \emptyset$ ?
8. Ako vyzerá množina  $A \times \emptyset$ ?
9. Predpokladajme, že  $A \subset B$ . Ukážte, že potom platí  $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$ .