

# Diskrétna matematika I. – Domáca úloha č. 7

Cvičenia v týždni 8. novembra 2009 (resp. 15. novembra 2010)

**1.** Ukážte, že platí množinová identita  $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$ .

**2.** Pre množiny  $A, B$  dokážte:  $(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset \Leftrightarrow A = B$ .

**3.** Ako vyzerá množina  $\emptyset - (\emptyset - A)$ ?

Nech  $\mathcal{U} \neq \emptyset$ . Pre každú podmnožinu  $A \subseteq \mathcal{U}$  označujeme množinu  $\mathcal{U} - A$  ako  $A^c$ . Dokážte nasledujúce identity:

**4.**  $\emptyset^c = \mathcal{U}$ .

**5.**  $\mathcal{U}^c = \emptyset$ .

**6.**  $(A^c)^c = A$ .

**7.**  $A \cup A^c = \mathcal{U}$ .

**8.** Graficky znázornite vlastnosti relácie inklúzie  $\subset$  na potenčnej množine  $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$ . ( $A \subset B$  ak  $A \subseteq B$  a  $A \neq B$ )

Hovoríme, že relácia  $R$  je:

reflexívna ak  $(\forall x) [x, x] \in R$ ,

symetrická ak  $[x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$ ,

tranzitívna ak  $([x, y] \in R \wedge [y, z] \in R) \Rightarrow [x, z] \in R$ ,

Hovoríme, že relácia  $R$  na  $A$  je *reláciou ekvivalencie* ak je reflexívna, symetrická a tranzitívna.

**9.** Majme reláciu  $R = \{[a, b], [b, c], [d, e], [d, f]\}$  na množine  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ . Doplňte  $R$  tak, aby z nej vznikla relácia ekvivalencie a aby sme pridali čo najmenší počet usporiadaných dvojíc.

## Bonusový príklad

**10.** Majme reláciu  $\sim$  na množine komplexných čísel  $\mathbb{C}$  danú nasledovne:  $z_1 \sim z_2$  práve vtedy, keď  $|z_1| = |z_2|$ . Overte, že  $\sim$  je reláciou ekvivalencie a popíšte tzv. triedy ekvivalencie  $\tilde{z}$ , t.j. množiny všetkých  $z' \in \mathbb{C}$ , pre ktoré  $z \sim z'$ . (Norma komplexného čísla  $z = a + b \cdot i$  je daná ako  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .)