

Dokážte nasledujúce tvrdenia.

1. $\sum_{k=0}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. $\sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} = 2 - 2^{-n}$.
3. Ak $2|n$ potom $4|n^2$.

Pomocou tabuľky pravdivostných hodnôt zistite či sú nasledujúce tvrdenia tautológie:

4. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
5. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$
6. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$
7. $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

Aký význam majú niektoré z predchádzajúcich tautológií v bežnom živote? Uveďte názorný príklad.