Diskrétna matematika I. – Domáca úloha č. 3

Cvičenia v týždni 8. októbra 2012

---

1. Nech T je splniteľná množina formúl. Ukážte, že $T \cup \{A \vee B\} \models C$ práve vtedy, keď platí súčasne $T \cup \{A\} \models C$ a $T \cup \{B\} \models C$.

2. Nech T je splniteľná množina formúl. Ukážte, že ak je množina formúl $T \cup \{\neg A\}$ nesplniteľná, potom $T \models A$. (opačná implikácia sa spravila na prednáške)

3. Ukážte, že formula $\neg a$ je dokázateľná z predpokladov $\{\neg(a \Rightarrow b), \neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a\}$, t.j. nájdite jej dôkaz v zmysle definície.

4. Nech D je ľubovoľná z axióm výrokovej logiky a E je ľubovoľná formula. Zostrojte dôkaz formule $E \Rightarrow D$.

5. Nech T je množina formúl a A, B, C sú ľubovoľné formule. Ukážte, že ak $T \vdash A \Rightarrow B$ a $T \vdash A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ potom aj $T \vdash A \Rightarrow C$. Pomôcka: výjdite z (A2).

6. Zdôvodnite prečo pre formulu $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg A \Rightarrow \neg B)$ nemôže existovať dôkaz. Pomôcka: musí byť každá z formúl tvoriacich dôkaz tautológia?

7. Ukážte, že formula $a \Rightarrow b$ je dokázateľná z predpokladu $\{\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a\}$. Pomôcka: ukážte, že $\{\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a\} \vdash a \Rightarrow (a \Rightarrow b)$ a použite (A2) a výsledok príkladu č. 3.

Porovnajte s príkladom č. 7 a) z minulej úlohy.